

Ειδικά Θέματα Οικονομετρίας-Χρονολογικές Σειρές II (εκδ. 1.2)

Γεώργιος Τσιώτας

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών
Σχολή Κοινωνικών Επιστημών
Πανεπιστήμιο Κρήτης



Περιγραφή

- 1 Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα *ARIMA*
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - Box-Jenkins
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με *ARMA/ARIMA* υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία

Περιγραφή

- 1 **Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών**
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα *ARIMA*
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - Box-Jenkins
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με *ARMA/ARIMA* υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία

Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα ($AR(p)$)

Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα ($AR(p)$)

Στη γενική του μορφή το Αυτοπαλίνδρομο Υποείγμα $AR(p)$, εκφράζεται ως:

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \epsilon_t$$

όπου οι παράμετροι $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p$ είναι προς εκτίμηση, ενώ ϵ_t εκφράζει τον διαταρακτικό όρο (ή σφάλμα), για το οποίο υποθέτουμε $E(\epsilon_t) = 0$, και $V(\epsilon_t) = \sigma^2$ σταθερή. Επίσης, υποθέτουμε μηδενική αυτοσυσχέτιση στα σφάλματα: $E(\epsilon_t, \epsilon_{t-k}) = 0$ για $k \neq t$.

Αυτοπαλίνδρομο Υπόδειγμα πρώτης τάξης (AR(1))

Για $\rho = 1$ και $\alpha = 0$, έχουμε το Αυτοπαλίνδρομο Υπόδειγμα πρώτου βαθμού, έτσι ώστε:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \epsilon_t$$

για τις παρατηρήσεις y_1, \dots, y_n .

Συνθήκες Στασιμότητας, (AR(1), $\alpha = 0$)

$$\begin{aligned} y_t &= \beta[\beta y_{t-2} + \epsilon_{t-1}] + \epsilon_t = \beta^2 y_{t-2} + \beta \epsilon_{t-1} + \epsilon_t \\ &= \beta^3 y_{t-3} + \beta^2 \epsilon_{t-2} + \beta \epsilon_{t-1} + \epsilon_t \\ &= \dots \\ &= \beta^n y_0 + \epsilon_t + \beta \epsilon_{t-1} + \beta^2 \epsilon_{t-2} + \dots = \beta^n y_0 + \sum_{k=0}^{n-1} \beta^k \epsilon_{t-k} \end{aligned}$$

όπου ισχύει $E(y_t) = \beta^n y_0$. Επομένως για να έχουμε στασιμότητα στη μέση τιμή θα πρέπει να ισχύει ότι $|\beta| < 1$.

Αυτοπαλίνδρομο Υπόδειγμα πρώτης τάξης ($AR(1)$)

Συνθήκες Στασιμότητας, ($AR(1), \alpha = 0$) (συνεχ.)

$$\begin{aligned} V(y_t) &= E(y_t^2) = E(\epsilon_t + \beta\epsilon_{t-1} + \beta^2\epsilon_{t-2} + \dots)^2 \\ &= E(\epsilon_t)^2 + \beta^2 E(\epsilon_{t-1}^2) + \beta^4 E(\epsilon_{t-2}^2) + \dots \\ &= \sigma^2(1 + \beta^2 + \beta^4 + \dots) = \frac{\sigma^2}{1 - \beta^2} = \gamma_0. \end{aligned}$$

δεδομένης της σ^2 σταθερής για να συγκλίνει η διακύμανση πρέπει $|\beta| < 1$.

Συνθήκες Στασιμότητας, $(AR(1), \alpha = 0)$ (συνεχ.)

Ας δούμε λεπτομερώς πως διαμορφώνονται οι αυτοσυνδιακύμανση και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης.

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= E(y_t, y_{t-1}) = E[y_{t-1}(\beta y_{t-1} + \epsilon_t)] \\ &= \beta E(y_{t-1}^2) + E(y_{t-1}\epsilon_t) = \beta\gamma_0 + 0 = \beta\gamma_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma_2 &= E(y_t, y_{t-2}) = E[y_{t-2}(\beta y_{t-1} + \epsilon_t)] \\ &= \beta E(y_{t-2}y_{t-1}) + 0 = \beta\gamma_1 = \beta^2\gamma_0\end{aligned}$$

$$\gamma_k = \beta^k \gamma_0$$

Άρα $\rho(k) = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \beta^k$. Επομένως για να έχουμε στασιμότητα στη διακύμανση-συνδιακύμανση θα πρέπει να ισχύει ότι $|\beta| < 1$.

Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα δεύτερης τάξης (AR(2))

Για $p = 2$, έχουμε το Αυτοπαλίνδρομο Υποδείγμα δεύτερης τάξης, έτσι ώστε

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \epsilon_t.$$

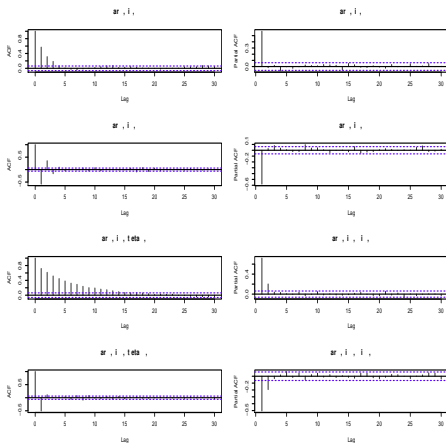
Συνθήκες Στασιμότητας, (AR(2))

$$\beta_2 + \beta_1 < 1$$

$$\beta_2 - \beta_1 < 1$$

$$|\beta_2| < 1$$

Παράδειγμα ταυτοποίησης-υποδείγματα AR



Υποδείγματα Κινητών Μέσων ($MA(q)$)

Υποδείγματα Κινητών Μέσων ($MA(q)$)

Στη γενική του μορφή το υποδείγματα κινητών μέσων ($MA(q)$), εκφράζεται ως:

$$y_t = \mu + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \epsilon_{t-q}$$

όπου οι παράμετροι $\mu, \theta_1, \dots, \theta_q$ είναι προς εκτίμηση, ενώ ϵ_t εκφράζει τον διαταρακτικό όρο (ή σφάλμα) που είναι λευκός θόρυβος, δηλαδή ισχύει

$E(\epsilon_t) = 0$, $V(\epsilon_t) = \sigma^2$ σταθερή, και μηδενική αυτοσυσχέτιση με

$E(\epsilon_t, \epsilon_{t-k}) = 0$ για $k \neq t$.

Υποδείγμα Κινητών Μέσων πρώτης τάξης(MA(1))

Για $q = 1$, έχουμε το υποδείγμα κινητών μέσων πρώτης τάξης, έτσι ώστε

$$y_t = \mu + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1}$$

Ιδιότητες και Συνθήκες Στασιμότητας, (MA(1), $\mu = 0$)

$$E(y_t) = 0$$

$$V(y_t) = V(\mu + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1}) = \sigma^2(1 + \theta_1^2) = \gamma_0$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= E(y_t, y_{t-1}) = E[(\epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1})(\epsilon_{t-1} - \theta_1 \epsilon_{t-2})] \\ &= -\theta E(\epsilon_{t-1}^2) = -\theta \sigma^2 \end{aligned}$$

$$\gamma_k = E(y_t, y_{t-k}) = E[y_t(\epsilon_{t-k} - \theta_1 \epsilon_{t-k-1})] = 0, \quad \forall k > 1$$

Άρα $\rho(k) = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = -\frac{\theta}{1+\theta^2}$ για $k = 1$ και 0 για $k > 1$. Επομένως για την MA(1), σε αντίθεση με ότι συμβαίνει με τα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα, έχει μνήμη μιάς μόνο περιόδου.

Υποδείγμα Κινητών Μέσων δεύτερης τάξης ($MA(2)$)

Για $q = 2$, έχουμε το υποδείγμα κινητών μέσων δεύτερης τάξης, έτσι ώστε

$$y_t = \mu + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2}$$

Ιδιότητες και Συνθήκες Στασιμότητας, ($MA(2)$, $\mu = 0$)

$$E(y_t) = 0$$

$$V(y_t) = \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2) = \gamma_0$$

$$\gamma_1 = E(y_t, y_{t-1}) = -\theta_1(1 - \theta_2)\sigma^2$$

$$\gamma_2 = -\theta_2\sigma^2$$

$$\gamma_k = 0, \quad \forall k > 2$$

Επομένως η $MA(2)$ έχει μνήμη δύο περιόδων.

Υποδείγμα Κινητών Μέσων q τάξης ($MA(q)$)

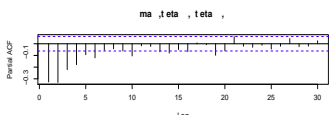
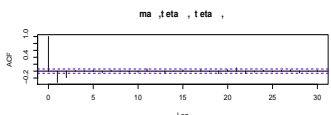
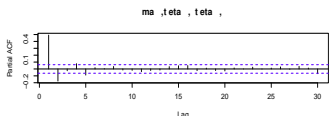
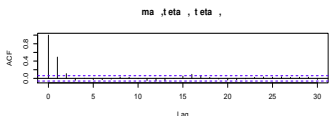
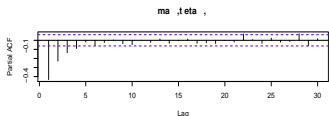
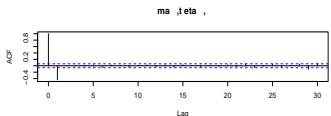
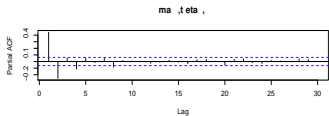
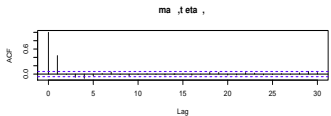
Αυτοσυσχέτιση στη ($MA(q)$)

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για το υπόδειγμα $MA(q)$ είναι

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=1}^{q-k} \theta_i \theta_{i+k} - \theta_k}{1 + \sum_{i=1}^q \theta_i^2}, \quad k = 1, 2, \dots, q$$

και 0 για $k > q$. Έτσι σε μια διαδικασία $MA(q)$ οι αυτοσυσχετίσεις ρ_k μηδενίζονται για $k > q$.

Παράδειγμα ταυτοποίησης-υποδείγματα MA



Υποδείγμα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων ($ARMA(p, q)$)

Στη γενική του μορφή το Αυτοπαλίνδρομο υποδείγμα κινητών μέσων ($ARMA(p, q)$), εκφράζεται ως:

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \epsilon_{t-q}$$

όπου οι παράμετροι $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ είναι προς εκτίμηση, ενώ ϵ_t εκφράζει τον διαταραχτικό όρο (ή σφάλμα) που είναι λευκός θόρυβος, δηλαδή ισχύει $E(\epsilon_t) = 0$, $V(\epsilon_t) = \sigma^2$ σταθερή, και μηδενική αυτοσυσχέτιση με $E(\epsilon_t, \epsilon_{t+k}) = 0$ για $k \neq t$.

Παρατήρηση

Όταν τα δεδομένα μιας χρονολογικής σειράς έχουν συνάρτηση αυτοσυσχέτισης που δεν φαίνονται να μηδενίζονται μετά από κάποιο σημείο αλλά φθίνουν με αργό ρυθμό, τότε έχουμε στοιχεία και από τα δύο μορφών AR, MA .

Υπόδειγμα Αυτοπαλίνδρομο Κινητών Μέσων ($ARMA(1, 1)$)

Για $p = q = 1$, έχουμε το υποδείγμα κινητών μέσων πρώτης τάξης, έτσι ώστε

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \epsilon_t - \theta \epsilon_{t-1}$$

Ιδιότητες και Συνθήκες Στασιμότητας, ($ARMA(1, 1)$)

$$E(y_t) = \mu = \frac{\alpha}{1 - \beta}, \quad V(y_t) = \frac{1 + \theta^2 - 2\beta\theta}{1 - \beta^2} \sigma^2 = \gamma_0$$

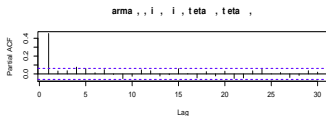
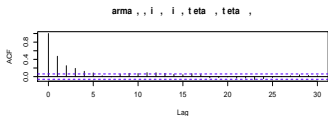
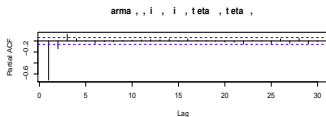
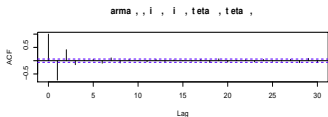
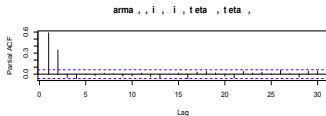
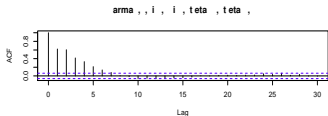
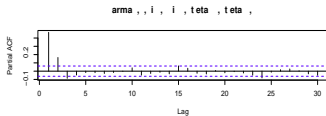
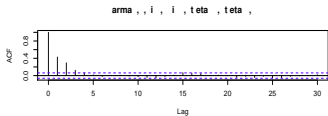
$$\gamma_1 = \beta\gamma_0 - \theta\sigma^2, \quad \gamma_k = \beta\gamma_{k-1}, \quad k > 1$$

Επομένως η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ισούται με

$$\rho(1) = \beta - \frac{\theta\sigma^2}{\gamma_0}, \quad \rho(k) = \beta\rho(k-1), \quad k > 1$$

για στάσιμη y_t με $|\alpha| < 1$, και $|\theta| < 1$, οι αυτοσυσχετίσεις φθίνουν γεωμετρικά μετά την πρώτη υστέρηση.

Παράδειγμα ταυτοποίησης-υποδείγματα ARMA



Περιγραφή

- 1 Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα **ARIMA**
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - Box-Jenkins
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με **ARMA/ARIMA** υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία

Ολοκληρωμένο Υπόδειγμα ARMA(p, q) ή Υποδείγματα ARIMA(p, d, q)

Παρατήρηση

Στην πιο πάνω ανάλυση για τα **AR**, **MA**, **ARMA** και **SARMA** υποδείγματα υποθέταμε ότι οι χρονολογικές σειρές ήταν στάσιμες. Πολλές όμως σειρές δεν είναι στάσιμες. Όταν μια σειρά παρουσιάζει μη-στασιμότητα υπό μορφήν τάσης, μπορούμε μέσω της πρώτης διαφορας, $y_t - y_{t-1}$ να τη μετασχηματίσουμε σε στάσιμη.

Έτσι, έχοντας την

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = (1 - B)y_t$$

αυτή μπορεί να ονομαστεί ως ολοκληρωμένο υπόδειγμα πρώτης τάξης **ARMA(p, q)** ή αλλιώς **ARIMA(p, 1, q)**.

Υποδείγματα $ARIMA(p, d, q)$

Ορισμός

Στη γενική του μορφή όπου

$$\Delta^d y_t = y_t - y_{t-d} = (1 - B)^d y_t$$

τότε η σειρά μπορεί να ακολουθεί ένα αυτοπαλίνδρομο ολοκληρωμένο υπόδειγμα κινητών μέσων $ARIMA(p, d, q)$ ή ένα $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$. Επίσης η d -ταξεως διαφορά μπορεί να εφαρμοστεί και στο εποχικό κομμάτι οπότε μιλάμε για υποδείγματα $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$.

Παρατήρηση

Όταν η χρονολογική σειρά δείχνει να έχει αυξημένη διακύμανση (μη-στάσιμη σειρά ως προς τη διακύμανση), τότε συνιστάται η χρήση του λογαριθμικού μετασχηματισμού πριν από τις πρώτες διαφορές, έτσι

$$\Delta \log y_t = \log y_t - \log y_{t-1} = (1 - B) \log y_t.$$

Περιγραφή

- 1 Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα *ARIMA*
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - **Box-Jenkins**
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με *ARMA/ARIMA* υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Μεθοδολογία Box-Jenkins σε τρία στάδια

1. Ταυτοποίηση: Κατά το στάδιο αυτό δίνεται η εξειδίκευση του αριθμού d ή/και D των διαφορών προς επίτευξη στασιμότητας. Στη συνέχεια γίνεται η εξειδίκευση των p , q , και για εποχικά P , και Q αν χρειάζεται (Βλέπε πίνακα με οδηγίες ταυτοποίησης για τα *ARIMA* υποδείγματα).
2. Εκτίμηση: Κατά το στάδιο αυτό γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων α , $\beta_1, \dots, \beta_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ του επιλεγόμενου υποδείγματος.
3. Διαγνωστικός Έλεγχος: Κατά το στάδιο αυτό γίνεται ο διαγνωστικός έλεγχος μέσω στατιστικών κριτηρίων για την τελική μορφή του *ARIMA* ή *SARIMA* υποδείγματος που πρέπει να επιλέξουμε (τις ακριβείς τιμές των p , q , P , και Q).

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Μεθοδολογία Box-Jenkins σε τρία στάδια

- ➊ Ταυτοποίηση: Κατά το στάδιο αυτό δίνεται η εξειδίκευση του αριθμού d ή/και D των διαφορών προς επίτευξη στασιμότητας. Σ τη συνέχεια γίνεται η εξειδίκευση των p, q , και για εποχικά P , και Q αν χρειάζεται (Βλέπε πίνακα με οδηγίες ταυτοποίησης για τα **ARIMA** υποδείγματα).
- ➋ Εκτίμηση: Κατά το στάδιο αυτό γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ του επιλεγόμενου υποδείγματος.
- ➌ Διαγνωστικός Έλεγχος: Κατά το στάδιο αυτό γίνεται ο διαγνωστικός έλεγχος μέσω στατιστικών κριτηρίων για την τελική μορφή του **ARIMA** ή **SARIMA** υποδείγματος που πρέπει να επιλέξουμε (τις ακριβείς τιμές των p, q, P , και Q).

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Μεθοδολογία Box-Jenkins σε τρία στάδια

- 1 Ταυτοποίηση: Κατά το στάδιο αυτό δίνεται η εξειδίκευση του αριθμού d ή/και D των διαφορών προς επίτευξη στασιμότητας. Στη συνέχεια γίνεται η εξειδίκευση των p , q , και για εποχικά P , και Q αν χρειάζεται (Βλέπε πίνακα με οδηγίες ταυτοποίησης για τα **ARIMA** υποδείγματα).
- 2 Εκτίμηση: Κατά το στάδιο αυτό γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ του επιλεγόμενου υποδείγματος.
- 3 Διαγνωστικός Έλεγχος: Κατά το στάδιο αυτό γίνεται ο διαγνωστικός έλεγχος μέσω στατιστικών κριτηρίων για την τελική μορφή του **ARIMA** ή **SARIMA** υποδείγματος που πρέπει να επιλέξουμε (τις ακριβείς τιμές των p , q , P , και Q).

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Μεθοδολογία Box-Jenkins σε τρία στάδια

1. Ταυτοποίηση: Κατά το στάδιο αυτό δίνεται η εξειδίκευση του αριθμού d ή/και D των διαφορών προς επίτευξη στασιμότητας. Στη συνέχεια γίνεται η εξειδίκευση των p , q , και για εποχικά P , και Q αν χρειάζεται (Βλέπε πίνακα με οδηγίες ταυτοποίησης για τα **ARIMA** υποδείγματα).
2. Εκτίμηση: Κατά το στάδιο αυτό γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ του επιλεγόμενου υποδείγματος.
3. Διαγνωστικός Έλεγχος: Κατά το στάδιο αυτό γίνεται ο διαγνωστικός έλεγχος μέσω στατιστικών κριτηρίων για την τελική μορφή του **ARIMA** ή **SARIMA** υποδείγματος που πρέπει να επιλέξουμε (τις ακριβείς τιμές των p , q , P , και Q).

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Πίνακας οδηγιών ταυτοποίησης μεθοδολογία **Box-Jenkins**

	$AR(p)$	$MA(q)$	$ARMA(p, q)$
ACF	Φθίνει	Διακόπτεται μετά υστέρηση q	Φθίνει
PACF	Διακόπτεται μετά υστέρηση p	Φθίνει	Φθίνει

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Ταυτοποίηση στην πράξη

Αρχικά γίνεται έλεγχος στασιμότητας της σειράς. Εδώ ελέγχεται η αυτοσυσχέτιση της σειράς για τυχών ύπαρξη τάσης, εποχικότητας ή άλλων διακυμάνσεων. Όταν η ACF τείνει στο μηδέν με πολύ αργό ρυθμό τότε υπάρχει ένδειξη μη-στασιμότητας. Τότε με διαδοχικές τιμές για την $d = 1, 2, \dots$ ορίζουμε την d για την οποία επιτυγχάνεται πρώτη φορά στασιμότητα. Στη συνέχεια μέσω των οδηγιών ταυτοποίησης προσπαθούμε να προσδιορίσουμε τα p και q της χρονολογικής μας σειράς. Στην πράξη είναι δύσκολο να φτάσουμε σε ένα 'άριστο' υποδείγμα με συγκεκριμένα (p, d, q) . Έτσι καταληγουμε σε δύο, τρία ή και περισσότερα υποδείγματα τα οποία ελέγχονται στο τρίτο στάδιο μέσω διαγνωστικού ελέγχου για την επιλογή του άριστου υποδείγματος.

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Εκτίμηση στην πράξη (παρ. $AR(I)MA$)

Στην περίπτωση που έχουμε $AR(p)$ υπόδειγμα, τότε η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να εφαρμοστεί. Σε αντίθεση όμως με τα AR υποδείγματα, τα MA και $AR(I)MA$ δεν μπορούν να εκτιμηθούν με αυτή τη μέθοδο διότι εξαρτώνται από τα σφάλματα $\epsilon_t, \epsilon_{t-1}, \dots$ οι οποίες είναι μη-παρατηρήσιμες μεταβλητές. Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο Yule-Walker η οποία βασίζεται στις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης $\rho(k)$ ή και τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας.

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Διαγνωσικός Έλεγχος στην πράξη (παρ. ARMA)

Αναφορικά με τον τρόπο τελικής επιλογής του 'άριστου' υποδείγματος μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δύο διαφορετικά κριτήρια. Αυτά είναι, πρώτα το κριτήριο Akaike (AIC) και δεύτερο αυτό του Schwartz (BIC). Αυτά ορίζονται ως:

$$AIC = \log(SSR) + 2k/n,$$

$$BIC = \log(SSR) + k \log(n),$$

όπου, SSR είναι η εκτίμηση της διακύμανσης των καταλοίπων, $k = (p + q + 1)$ είναι ο αριθμός των προς εκτίμηση παραμέτρων, και n ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Η επιλογή του 'άριστου' υποδείγματος μέσω των (p, d, q) γίνεται με βάση ποιός συνδιασμός ελαχιστοποιεί τα πιο πάνω κριτήρια.

Περιγραφή

- 1 Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα *ARIMA*
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - Box-Jenkins
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με *ARMA/ARIMA* υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία

Εποχικά Υπόδειγμα Αυτοπαλίνδρομο Κινητών Μέσων ($SARMA(p, q)(P, Q)_s$)

Ορισμός

Τα Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων, κοινώς $SARMA(p, q)(P, Q)_s$ εκφράζουν τη δυνατότητα ύπαρξης φαινομένων αυτοσυσχέτισης για τις y_t και ϵ_t ανά s χρονικά διαστήματα. Εμφανίζουν με άλλα λόγια εποχική συμπεριφορά ανά s χρονικά διαστήματα. Στη γενικευμένη τους μορφή συμβολίζονται με $SARMA(p, q)(P, Q)_s$. Εδώ το s συμβολίζει την εποχική διάσταση ($s = 12$ για μηνιαίες παρατηρήσεις) p και q αναφέρονται στον μη-εποχικό βαθμό υστέρησης, ενώ τα P και Q στον αντίστοιχο εποχικό.

Πολλαπλασιαστικά $SARMA(p, q) \times (P, Q)_s$

Στη γενική τους μορφή

$$\Phi(B^s)\phi(B)y_t = \Theta(B^s)\theta(B)$$

όπου

$$\Phi(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_{P_s} B^{P_s}$$

και

$$\Theta(B^s) = 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_{Q_s} B^{Q_s}$$

τα εποχικά, ενώ $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ και $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ τα μη εποχικά.

Παραδείγματα πολλαπλασιαστικού $SARMA(0,0) \times (2,1)_{12}$

$SARMA(0,0) \times (2,1)_{12}$

$$y_t(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24}) = \epsilon_t(1 - \Theta_1 B^{12})$$

αλλιώς

$$y_t = \Phi_1 y_{t-12} + \Phi_2 y_{t-24} + \epsilon_t - \Theta_1 \epsilon_{t-12}$$

$SARMA(1,0) \times (2,1)_{12}$

$$y_t(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24})(1 - \phi_1 B) = \epsilon_t(1 - \Theta_1 B^{12})$$

αλλιώς

$$y_t - \Phi_1 y_{t-12} - \Phi_2 y_{t-24} - (\phi_1 y_{t-1} - \phi_1 \Phi_1 y_{t-13} + \phi_1 \Phi_2 y_{t-25}) = \epsilon_t - \Theta_1 \epsilon_{t-12}$$

ή

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \Phi_1 y_{t-12} - \phi_1 \Phi_1 y_{t-13} + \Phi_2 y_{t-24} + \phi_1 \Phi_2 y_{t-25} + \epsilon_t - \Theta_1 \epsilon_{t-12}$$

Αθροιστικά $SARMA(p, q), (P, Q)_s$

Στη γενική τους μορφή

$$\Phi(B^s)y_t = \Theta(B^s)$$

όπου

$$\Phi(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{s+1} - \dots - \phi_p B^{s+p}$$

και

$$\Theta(B^s) = 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{s+1} - \dots - \theta_q B^{s+q}$$

τα εποχικά.

Παράδειγματα αθροιστικού

SARMA(0, 0), (2, 1)₁₂

$$y_t(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{13}) = \epsilon_t(1 - \Theta_1 B^{12})$$

αλλιώς

$$y_t = \Phi_1 y_{t-12} + \Phi_2 y_{t-13} + \epsilon_t - \Theta_1 \epsilon_{t-12}$$

SARMA(1, 0), (2, 1)₁₂

$$y_t(1 - \phi_1 B - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{13}) = \epsilon_t(1 - \Theta_1 B^{12})$$

αλλιώς

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \Phi_1 y_{t-12} + \Phi_2 y_{t-13} + \epsilon_t - \Theta_1 \epsilon_{t-12}$$

Παραδείγματα αθροιστικών υποδειγμάτων $SARMA(p, q), (P, Q)_s$

Παρ. Υποδείγματα

Το υπόδειγμα $SARMA(0, 0)(1, 0)_{12}$

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-12} + \epsilon_t$$

Το υπόδειγμα $SARMA(1, 1)(1, 0)_{12}$

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-12} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1}$$

Το υπόδειγμα $SARMA(1, 1)(2, 0)_{12}$

$$y_t = \alpha + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-12} + \beta_3 y_{t-13} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1}$$

Παραδείγματα αθροιστικών υποδειγμάτων $SARMA(p, q), (P, Q)_s$ μέσω *Eviews*

Παρ. Υποδείγματα μέσω *Eviews*: Quick/Estimate Equation...

- Το υπόδειγμα $SARMA(0, 0)(1, 0)_{12}$ εκτιμάται ως:

series c sar(12)

- Το υπόδειγμα $SARMA(1, 1)(1, 0)_{12}$ εκτιμάται ως:

series c ar(1) ma(1) sar(12)

- Το υπόδειγμα $SARMA(1, 1)(2, 0)_{12}$ εκτιμάται ως:

series c ar(1) ma(1) sar(12) sar(13)

Μεθοδολογία **Box-Jenkins**-Για εποχικά (πολλαπλασιαστικά)

Πίνακας οδηγίων ταυτοποίησης μεθοδολογία **Box-Jenkins**

	$AR(P)_s$	$MA(Q)$	$SARMA(P, Q)_s$
ACF	Φθίνει μετά την ks ($k = 1, \dots$)	Διακόπτεται μετά υστέρηση Qs	Φθίνει μετά την ks
PACF	Διακόπτεται μετά υστέρηση Ps	Φθίνει μετά την ks	Φθίνει μετά την ks

Εποχικά Ολοκληρωμένα Υπόδειγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων ($SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$)

Στη γενική τους μορφή

$$\Phi(B^s)\phi(B)(1 - B)^d(1 - B^s)^d y_t = \Theta(B^s)\theta(B)$$

$SARIMA(1, 1, 1) \times (1, 1, 1)_4$

$$y_t(1 - \Phi_1 B^4)(1 - \phi_1 B)(1 - B)(1 - B^4) = \epsilon_t(1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^4)$$

αλλιώς

$$\begin{aligned} y_t &= (1 + \phi_1)y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} + (1 + \Phi_1)y_{t-4} \\ &- (1 + \phi_1 + \Phi_1 + \phi_1 \Phi_1)y_{t-5} + (\phi_1 + \phi_1 \Phi_1)y_{t-6} \\ &- \Phi_1 y_{t-8} + (\Phi_1 + \phi_1 \Phi_1)y_{t-9} - \phi_1 \Phi_1 y_{t-10} \\ &+ \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \Theta_1 \epsilon_{t-4} + \theta_1 \Theta_1 \epsilon_{t-5} \end{aligned}$$

η οποία αποτελεί την πρόβλεψη ενός $SARIMA(1, 1, 1) \times (1, 1, 1)_4$ υποδείγματος, αφού έχουν εκτιμηθεί τα ϕ_1, Φ_1, θ_1 και Θ_1 .

Περιγραφή

- 1 Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα *ARIMA*
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - Box-Jenkins
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με *ARMA/ARIMA* υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία

Προβλέψεις

Πώς γίνονται οι προβλέψεις;

Η πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών μιας χρονολογικής σειράς βασίζεται στα αποτελέσματα του εκτιμώμενου υποδείγματος. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν να κάνουν βασικά με τις εκτιμήσεις για τα $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ (παρ. $AR(I)MA(p, q)$). Έτσι, μια πρόβλεψη που κάνουμε για την περίοδο $n + 1$, εκφράζεται ως:

$$\hat{y}_{n+1} = E(y_{n+1} | y_1, \dots, y_n)$$

Επομένως, η αναμενόμενη τιμή την χρονολογικής μας σειράς για την περίοδο $n + 1$ στηρίζεται στην πληροφόρηση μέχρι την περίοδο n . Η γενικευση της για την περίοδο $n + h$, εκφράζεται ως:

$$\hat{y}_{n+h} = E(y_{n+h} | y_1, \dots, y_n).$$

Προβλέψεις σε στάσιμα υποδείγματα

Προβλέψεις στο AR(1)

Για $\rho = 1$, έχουμε το Αυτοπαλίνδρομο Υποδείγμα πρώτου βαθμού, έτσι ώστε

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \epsilon_t$$

Μέσω του δείγματος $1, \dots, n$ εκτιμούμε τα α, β . Η πρόβλεψη μας σε περίοδο $n + 1$, ορίζεται ως:

$$\hat{y}_{n+1} = E(\alpha + \beta y_n + \epsilon_{n+1}) = \alpha + \beta y_n,$$

ενώ το σφάλμα πρόβλεψης ορίζεται ως

$$\hat{\epsilon}_{n+1} = y_{n+1} - \hat{y}_{n+1} = \epsilon_{n+1},$$

με διακύμανση

$$V(\hat{\epsilon}_{n+1}) = V(\epsilon_{n+1}) = \sigma_\epsilon^2.$$

Προβλέψεις σε στάσιμα υποδείγματα

Προβλέψεις στο AR(1) (συνεχ.)

Η πρόβλεψη μας σε περίοδο $n + 2$, ορίζεται ως:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{n+2} &= E(\alpha + \beta y_{n+1} + \epsilon_{n+2}) = \alpha + \beta \hat{y}_{n+1} \\ &= \alpha + \beta(\alpha + \beta y_n) = \alpha(1 + \beta) + \beta y_n,\end{aligned}$$

ενώ το σφάλμα πρόβλεψης ορίζεται ως:

$$\begin{aligned}\hat{\epsilon}_{n+2} &= y_{n+2} - \hat{y}_{n+2} = \alpha + \beta \hat{y}_{n+1} + \epsilon_{n+2} - (\alpha + \beta \hat{y}_{n+1}) \\ &= \epsilon_{n+2} + \beta(y_{n+1} - \hat{y}_{n+1}) \\ &= \epsilon_{n+2} + \beta \epsilon_{n+1},\end{aligned}$$

με διακύμανση

$$V(\hat{\epsilon}_{n+2}) = \sigma_\epsilon^2(1 + \beta^2).$$

Προβλέψεις σε στάσιμα υποδείγματα

Προβλέψεις στο AR(1) (συνεχ.)

Η πρόβλεψη μας σε περίοδο $n + h$, ορίζεται ως:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{n+h} &= \alpha + \beta \hat{y}_{n+h-1}, \\ &= \alpha(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{h-1}) + \beta^{h-1} y_n \rightarrow \frac{\alpha}{1 - \beta}. \end{aligned}$$

ενώ η διακύμανση του σφάλματος πρόβλεψης ορίζεται ως

$$V(\hat{\epsilon}_{n+h}) = \sigma_\epsilon^2(1 + \beta^2 + \beta^4 + \dots + \beta^{2(h-1)}) \rightarrow \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \beta^2}$$

Προβλέψεις σε στάσιμα υποδείγματα

Προβλέψεις στο MA(1)

Για $q = 1$, έχουμε το Υποδείγμα Κινητού Μέσου πρώτου βαθμού, έτσι ώστε

$$y_t = \mu + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1}$$

Μέσω του δείγματος $1, \dots, n$ εκτιμούμε τα μ, θ . Η πρόβλεψη μας σε περίοδο $n + 1$, ορίζεται ως:

$$\hat{y}_{n+1} = \mu - \theta \epsilon_n,$$

με διακύμανση

$$V(\hat{y}_{n+1}) = V(\epsilon_{n+1}) = \sigma_\epsilon^2.$$

Η πρόβλεψη μας σε περίοδο $n + 2$, ορίζεται με μέσο και διακύμανση αντίστοιχα:

$$\hat{y}_{n+1} = \mu, \quad V(\hat{y}_{n+2}) = \sigma_\epsilon^2(1 + \theta^2).$$

Η ίδια μέση τιμή και διακύμανση θα ισχύει και για $h > 1$.

Προβλέψεις μη-στάσιμα υποδείγματα

Προβλέψεις στο ARIMA(1, 1, 1)

Έστω, για το υπόδειγμα ARIMA(1, 1, 1) η πρόβλεψη μας σε περίοδο $n + 1$, ορίζεται ως:

$$\Delta y_{n+1} = \alpha + \beta \Delta y_n + \epsilon_{n+1} - \theta_1 \epsilon_n,$$

τότε η μέση εκτίμη για τον χρόνο $n + 1$ εκφράζεται ως:

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + \alpha + \beta \Delta y_n.$$

Η μέση εκτίμη για τον χρόνο $n + 2$ εκφράζεται ως:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{n+2} &= \hat{y}_{n+1} \Delta y_{n+2} \\ &= (y_n + \alpha + \beta \Delta y_n) + (\alpha + \beta \Delta y_{n+1}) \\ &= (y_n + 2\alpha + \alpha\beta) + (\beta + \beta^2) \Delta y_n \end{aligned}$$

Προβλέψεις

Εκτιμητές πρόβλεψης

Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (Mean Square Error)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=n+1}^N \hat{\epsilon}_t^2$$

Τετραγωνική ρίζα του Μέσο Τετραγωνικού Σφάλματος

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=n+1}^N \hat{\epsilon}_t^2}$$

όπου N αναφέρεται στη τελική χρονική στιγμή πρόβλεψης.

Προβλέψεις

Εκτιμητές πρόβλεψης (συν.)

Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (Mean Absolute Error)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=n+1}^N |\hat{\epsilon}_t|$$

Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (Mean Absolute Percentage Error)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=n+1}^N \frac{|\hat{\epsilon}_t|}{y_t} \times 100$$

Περιγραφή

- 1 Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα *ARIMA*
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - Box-Jenkins
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με *ARMA/ARIMA* υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία

Παράδειγμα I: Ανάλυση μηνιαίων χρονολογικών σειρών τιμών Ρωσικού φυσικού αερίου, δεδομένα: **RusGas.XLS**

Βασικός στόχος της Ανάλυση Χρονολογικής Σειράς

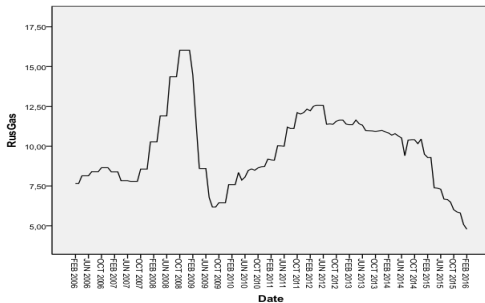
- ➊ Πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της χρονολογικής σειράς

Στάδια επίτευξης στόχου:

- ➋ Βήμα 1: Καθορισμός εκτός δείγματος περιόδου (στο Παράδειγμα I ορίζεται η περίοδος: 3/2015 – 2/2016) .
- ➌ Βήμα 2: Ταυτοποίηση μέσω του προσδιορισμού των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης (Στάδιο 1, μεθοδολογία Box-Jenkins). Έλεγχος στασιμότητας μέσω του (ADF).
- ➍ Βήμα 3: Εκτίμηση υποδειγμάτων **AR(1)MA** εντός δείγματος (Στάδιο 2, μεθοδολογία Box-Jenkins) και πρόβλεψη για την εκτός δείγματος περίοδο.
- ➎ Βήμα 4: Διαγνωστικός έλεγχος και σύγκριση υποδειγμάτων **ARIMA** ως προς τα εντός και εκτός δείγματος μέτρα (σύγκριση προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων) (Στάδιο 3, μεθοδολογία Box-Jenkins).

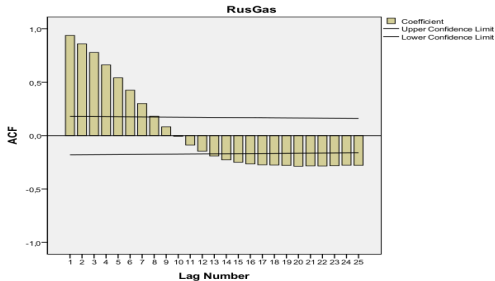
Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 1: Διαχρονικό διάγραμμα για τη σειρά y_t



Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 1: Προσδιορισμός των συναρτήσεων ACF για τη σειρά y_t



Παράδειγμα Ι (συν.)

Στάδιο 1: Προσδιορισμός των συναρτήσεων ACF για τη σειρά y_t

Autocorrelations

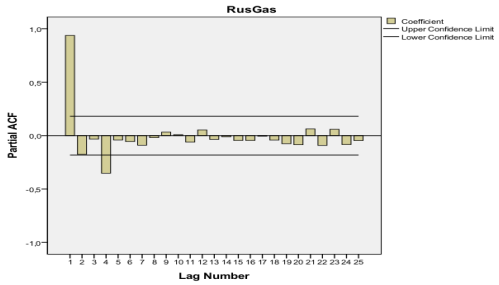
Series: RusGas

Lag	Autocorrelation	Std. Error ^a	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	,938	,090	109,118	1	,000
2	,859	,089	201,347	2	,000
3	,778	,089	277,779	3	,000
4	,662	,089	333,603	4	,000
5	,541	,088	371,199	5	,000
6	,425	,088	394,608	6	,000
7	,300	,088	406,393	7	,000
8	,182	,087	410,767	8	,000
9	,082	,087	411,671	9	,000
10	-,007	,086	411,677	10	,000
11	-,088	,086	412,723	11	,000
12	-,146	,086	415,634	12	,000
13	-,191	,085	420,656	13	,000
14	-,227	,085	427,822	14	,000
15	-,249	,084	436,559	15	,000
16	-,265	,084	446,494	16	,000
17	-,273	,084	457,163	17	,000
18	-,275	,083	468,095	18	,000
19	-,279	,083	479,443	19	,000
20	-,286	,082	491,531	20	,000
21	-,283	,082	503,472	21	,000
22	-,284	,082	515,639	22	,000
23	-,282	,081	527,716	23	,000
24	-,277	,081	539,510	24	,000
25	-,278	,080	551,531	25	,000

a. The underlying process assumed is independence (white noise).
 b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 1: Προσδιορισμός των συναρτήσεων *PACF* για τη σειρά y_t



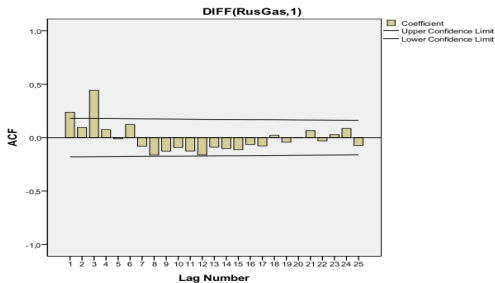
Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης για y_t

- 1 Στόν Πίνακα 1 βλέπουμε υψηλά επίπεδα αυτοσυσχέτισης. Τα επίπεδα αυτοσυσχέτισης βαίνουν φθίνοντα με αργό ρυθμό το οποίο αποτελεί ένδειξη μη-στασιμότητας. Το μέτρο **Box-Ljung** δείχνει απόρριψη την μηδενικής υπόθεσης περι μηδενικής αυτοσχέτισης για όλες τις υστερήσεις (σημ. Για $\chi_{95\%,1}^2 \approx 3,841$, $\chi_{95\%,1}^2 \approx 5,991$ κ.ο.κ.).
- 2 Στήν Εικόνα **ACF** βλέπουμε ότι αρκετές τιμές αυτοσυσχέτισης βρίσκονται πιο πάνω από τη γραμμή στατιστικής σημαντικότητας ($\pm 1.96/\sqrt{k}$ με k τον αριθμό υστερήσεων). Άρα, έχουμε απόρριψη την μηδενικής υπόθεσης περι μηδενικής αυτοσχέτισης για όλες τις υστερήσεις. Επίσης, δεν φθίνουν άμεσα γεγονός ύπαρξης μη-στασιμότητας.
- 3 Στήν Εικόνα **PACF** βλέπουμε ότι η πρώτη, η δεύτερη, η τέταρτη υστέρηση της μερικής αυτοσυσχέτισης βρίσκονται πιο πάνω από τη γραμμή στατιστικής σημαντικότητας. Επίσης, η **PACF** βαίνει φθίνουσα άρα έχουμε ενδείξεις **AR** και **MA** στοιχείων.

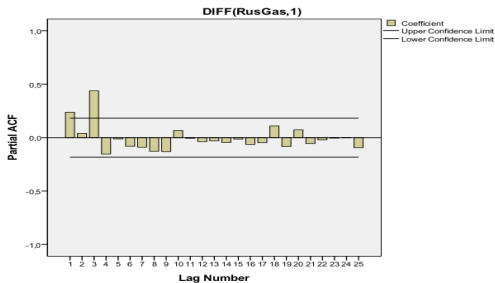
Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 1: Προσδιορισμός των συναρτήσεων ACF για Δy_t



Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 1: Προσδιορισμός των συναρτήσεων *PACF* για Δy_t



Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης για Δy_t

- 1 Στην Εικόνα *ACF* και *PACF* βλέπουμε ότι έως και την τρίτη υστέρηση έχουμε στατιστικής σημαντικότητας.
- 2 Επίσης, η *PACF* βαίνει φθίνουσα άρα έχουμε ενδείξεις *AR* και *MA* στοιχείων.
- 3 Δοκιμάζουμε τις εξειδικεύσεις: $p, q = 1, 2, 3$.

Παράδειγμα Ι (συν.)

Στάδιο 2: (Πίνακας 1) Έλεγχος στασιμότητας-ADF για y_t (μέσω Eviews)

Null Hypothesis: RUSGAS has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 10 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.109060	0.2416
Test critical values:		
5% level	-3.490772	
10% level	-2.887909	
	-2.580908	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(RUSGAS)
 Method: Least Squares
 Date: 10/19/16 Time: 11:20
 Sample (adjusted): 2007M01 2016M02
 Included observations: 110 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RUSGAS(-1)	-0.079214	0.037559	-2.109060	0.0375
D(RUSGAS(-1))	0.286702	0.100263	2.859494	0.0052
DRUSGAS(-2)	-0.045254	0.102387	-0.441988	0.6595
DRUSGAS(-3)	0.521127	0.101688	5.124769	0.0000
DRUSGAS(-4)	-0.072414	0.113412	-0.638002	0.5246
DRUSGAS(-5)	0.089508	0.113675	0.781909	0.4485
DRUSGAS(-6)	0.046938	0.114003	0.411730	0.6814
DRUSGAS(-7)	-0.060342	0.115039	-0.533811	0.5947
DRUSGAS(-8)	-0.032009	0.105065	-0.304659	0.7613
DRUSGAS(-9)	-0.098078	0.103772	-0.916222	0.3618
DRUSGAS(-10)	0.124564	0.102763	1.212153	0.2284
C	0.771279	0.380514	2.026941	0.0454

R-squared	0.326967	Mean dependent var	-0.035091
Adjusted R-squared	0.251423	S.D. dependent var	0.707992
S.E. of regression	0.612557	Akaike info criterion	1.960321
Sum squared resid	36.77220	Schwarz criterion	2.254918
Log likelihood	-95.81763	Hannan-Quinn criter.	2.079811
F-statistic	4.328138	Durbin-Watson stat	2.005453
Prob(F-statistic)	0.000029		

Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: (Πίνακας 2) Έλεγχος στασιμότητας-ADF για Δy_t (μέσω Eviews)

Null Hypothesis: DFRUSGAS has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 10 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.224824	0.0212
Test critical values:		
1% level	-3.491345	
5% level	-2.868157	
10% level	-2.581041	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(DRUSGAS)
 Method: Least Squares
 Date: 10/19/16 Time: 11:21
 Sample (adjusted): 2007M02 2016M02
 Included observations: 109 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DRUSGAS(-1)	-0.675165	0.209365	-3.224824	0.0017
D(DRUSGAS(-1))	-0.075495	0.200619	-0.376313	0.7075
D(DRUSGAS(-2))	-0.158914	0.184055	-0.863357	0.3901
D(DRUSGAS(-3))	0.334536	0.174150	1.920967	0.0677
D(DRUSGAS(-4))	0.217484	0.169096	1.286210	0.2014
D(DRUSGAS(-5))	0.264862	0.165503	1.600350	0.1128
D(DRUSGAS(-6))	0.268799	0.162124	1.657982	0.1006
D(DRUSGAS(-7))	0.170062	0.157445	1.080139	0.2828
D(DRUSGAS(-8))	0.081537	0.155486	0.524398	0.6012
D(DRUSGAS(-9))	-0.060831	0.129833	-0.468833	0.6406
D(DRUSGAS(-10))	0.007873	0.106139	0.074172	0.9410
C	-0.018868	0.060361	-0.312587	0.7553

R-squared	0.538374	Mean dependent var	-0.000367
Adjusted R-squared	0.486024	S.D. dependent var	0.877074
S.E. of regression	0.628793	Akaike info criterion	2.013517
Sum squared resid	38.35189	Schwarz criterion	2.309812
Log likelihood	-97.73665	Hannan-Quinn criter.	2.133675
F-statistic	10.28425	Durbin-Watson stat	1.998532
Prob(F-statistic)	0.000000		

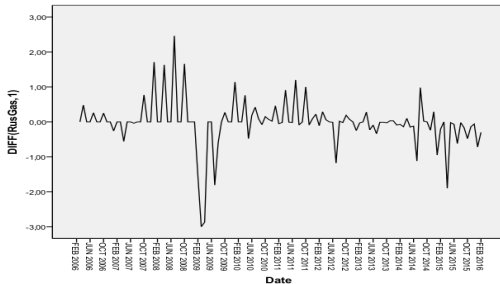
Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στον έλεγχο στασιμότητας $ADF(10)$

- ❶ Στόν Πίνακα 1 πραγματοποιούμε τον $ADF(10)$ έλεγχο στασιμότητας 10 υστερήσεων. Διαπιστώνουμε αποδοχή της H_0 υπόθεσης περί μη-στασιμης σειράς (παρ. $-2,10 \approx t_{H_0} > t_{5\%} \approx -2,882$) για επίπεδο σημαντικότητας (σφάλμα) 5%.
- ❷ Στή συνέχεια παίρνοντας τη πρώτη διαφορά με στόχο τη δημιουργία στάσιμης σειράς.
- ❸ Στόν Πίνακα 2 που ακολουθεί, πραγματοποιούμε τον $ADF(10)$ έλεγχο στασιμότητας για την νέα σειρά της πρώτης διαφοράς. Διαπιστώνουμε απορριψη της H_0 υπόθεσης περί μη-στασιμης σειράς (παρ. $-3,224 \approx t_{H_0} < t_{5\%} \approx -2,882$). Έτσι, επιτυγχάνουμε στασιμότητα της σειράς
- ❹ Δοκιμάζουμε τις εξειδικεύσεις: $d = 1$ $p, q = 1, 2, 3$ για $ARIMA(p, 1, q)$.

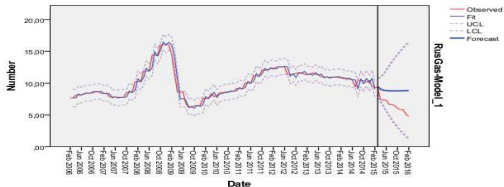
Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 1: Διαχρονικό διάγραμμα για τη σειρά Δy_t



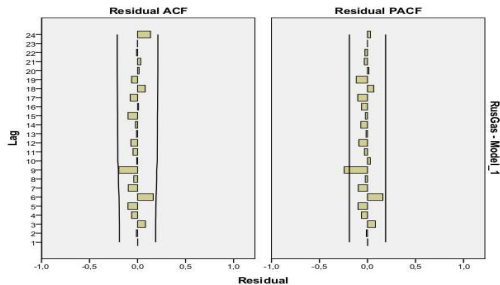
Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείγματος $ARIMA(2, 1, 3)$ -εκτίμηση



Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείματος $ARIMA(2, 1, 3)$ -αυτοσυσχέτιση καταλοίπων



Παράδειγμα Ι (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείγματος I-αυτοσυσχέτιση καταλοίπων-Έλεγχος **Box-Ljung**

Model Statistics

Model	Number of Predictors	Model Fit statistics	Ljung-Box Q(18)		
		Stationary R-squared	Statistics	DF	Sig.
RusGas-Model_1	0	,217	15,108	13	,301

Model Statistics

Model	Number of Outliers
RusGas-Model_1	0

Παράδειγμα Ι (συν.)

Στάδιο 3: Διαγνωστικός έλεγχος υποδείγματος *ARIMA(2, 1, 3)*

Model Fit

Fit Statistic	Mean	SE	Minimum	Maximum
Stationary R-squared	,217	-	,217	,217
R-squared	,924	-	,924	,924
RMSE	,621	-	,621	,621
MAPE	3,652	-	3,652	3,652
MaxAPE	24,403	-	24,403	24,403
MAE	,371	-	,371	,371
MaxAE	2,645	-	2,645	2,645
Normalized BIC	-,693	-	-,693	-,693

Model Fit

Fit Statistic	Percentile				
	5	10	25	50	75
Stationary R-squared	,217	,217	,217	,217	,217
R-squared	,924	,924	,924	,924	,924
RMSE	,621	,621	,621	,621	,621
MAPE	3,652	3,652	3,652	3,652	3,652
MaxAPE	24,403	24,403	24,403	24,403	24,403
MAE	,371	,371	,371	,371	,371
MaxAE	2,645	2,645	2,645	2,645	2,645
Normalized BIC	-,693	-,693	-,693	-,693	-,693

Model Fit

Fit Statistic	Percentile	
	90	95
Stationary R-squared	,217	,217
R-squared	,924	,924
RMSE	,621	,621
MAPE	3,652	3,652
MaxAPE	24,403	24,403
MAE	,371	,371
MaxAE	2,645	2,645
Normalized BIC	-,693	-,693

Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 3: Πίνακας 1, Συγκριση υποδειγμάτων εντος δείγματος βάσει των **RMSE, MAPE, BIC** κριτηρίων

Μέτρα	<i>ARIMA</i> (0, 1, 3)	<i>ARIMA</i> (2, 1, 1)	<i>ARIMA</i> (2, 1, 3)
<i>RMSE</i>	0,623	0,665	0,621
<i>MAPE</i>	3,367	3,763	3,652
<i>BIC</i>	-0,904	-0,643	-0,693

Παράδειγμα Ι (συν.)

Στάδιο 3: Πίνακας 2, Συγκριση προβλεπτικής ικανότητας υποδειγμάτων βάσει των **MSE, MAE, MAPE** κριτηρίων

Μέτρα	<i>ARIMA</i> (0, 1, 3)	<i>ARIMA</i> (2, 1, 1)	<i>ARIMA</i> (2, 1, 3)
<i>MAE</i>	2,742	3,340	2,322
<i>MSE</i>	6,428	13,380	8,853
<i>MAPE</i>	48,087	56,343	39,158

Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στο Στάδιο 3

- Στόν Πίνακα 1 συγκριση υποδειγμάτων εντος δείγματος. Το υποδείγμα $ARIMA(2, 1, 3)$ είναι άριστο σύμφωνα με το $RMSE$ κριτήριο, το υποδείγμα $ARIMA(0, 1, 3)$ σύμφωνα με το MSE κριτήριο και το υποδείγμα $ARIMA(2, 1, 1)$ σύμφωνα με το BIC .
- Στόν Πίνακα 2 συγκρισης υποδειγμάτων βάσει προβλεπτικής ικανότητας βλέπουμε ότι το $ARIMA(2, 1, 3)$ έρχεται πρώτο στα MAE και $MAPE$ κριτήρια ενώ το $ARIMA(0, 1, 3)$ στό MSE κριτήριο.

Περιγραφή

- 1 Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα *ARIMA*
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - Box-Jenkins
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με *ARMA/ARIMA* υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία

Παράδειγμα II: Ανάλυση Χρονολογικής Σειράς Αφίξεων Αεροπορικών Επιβατών, δεδομένα: **AirPassengers.XLS**

Βασικός στόχος της Ανάλυση Χρονολογικής Σειράς

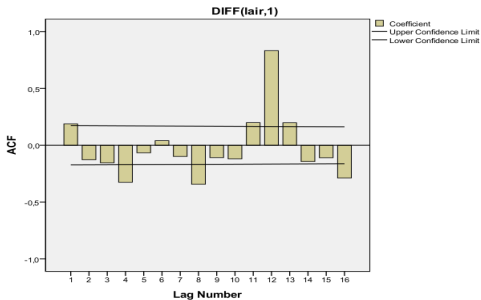
- 1 Πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της χρονολογικής σειράς

Στάδια επίτευξης στόχου:

- 1 Βήμα 1: Καθορισμός εκτός δείγματος περιόδου (στο Παράδειγμα I ορίζεται η περίοδος: 1/1960 – 12/1960) .
- 2 Βήμα 2: Ταυτοποίηση μέσω του προσδιορισμού των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης (Στάδιο 1, μεθοδολογία Box-Jenkins).
- 3 Βήμα 3: Εκτίμηση υποδειγμάτων **ARIMA** και **SARIMA** εντός δείγματος (Στάδιο 2, μεθοδολογία Box-Jenkins) και πρόβλεψη για την εκτός δείγματος περίοδο.
- 4 Βήμα 4: Συγκριση υποδειγμάτων **ARIMA** και **SARIMA** ως προς τα εντός και εκτός δείγματος μέτρα (σύγκριση προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων) (Στάδιο 3, μεθοδολογία Box-Jenkins).

Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 1: Προσδιορισμός των συναρτήσεων ACF



Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 1: Προσδιορισμός των συναρτήσεων ACF-πίνακας

Autocorrelations

Series:DIFF(Iair,1)

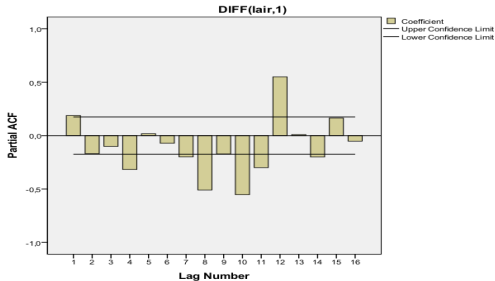
Lag	Autocorrelation	Std. Error ^a	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	,188	,086	4,754	1	,029
2	-,127	,086	6,937	2	,031
3	-,154	,086	10,177	3	,017
4	-,326	,085	24,762	4	,000
5	-,066	,085	25,366	5	,000
6	,041	,085	25,595	6	,000
7	-,098	,084	26,951	7	,000
8	-,343	,084	43,654	8	,000
9	-,109	,084	45,337	9	,000
10	-,120	,083	47,400	10	,000
11	,199	,083	53,159	11	,000
12	,833	,083	154,711	12	,000
13	,198	,082	160,497	13	,000
14	-,143	,082	163,547	14	,000
15	-,110	,082	165,351	15	,000
16	-,288	,081	177,949	16	,000

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

Παράδειγμα II (συν.)

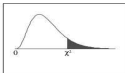
Στάδιο 1: Προσδιορισμός των συναρτήσεων *PACF*



Παράδειγμα II (συν.)

Πίνακας χ^2 κατανομής

Chi-Square Distribution Table



The shaded area is equal to α for $\chi^2 = \chi^2_{\alpha}$.

df	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.85}$	$\chi^2_{.80}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.70}$	$\chi^2_{.65}$	$\chi^2_{.60}$	$\chi^2_{.55}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.45}$	$\chi^2_{.40}$	$\chi^2_{.35}$	$\chi^2_{.30}$
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879					
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597					
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838					
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860					
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750					
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548					
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278					
8	1.344	1.646	2.180	2.753	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955					
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	18.923	21.666	23.589					
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188					
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757					
12	3.074	3.571	4.404	5.229	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.306					
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819					
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319					
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801					
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.004	34.267					
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718					
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156					
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582					
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997					
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401					
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796					
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181					
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559					
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928					
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290					
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645					
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993					
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336					
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672					
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766					
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490					
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952					
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215					
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321					
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299					
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.408	124.342	129.561	135.807	140.169					

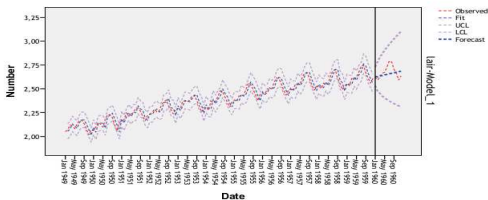
Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στις *ACF* και *PACF*

- 1 Στο διάγραμμα της *ACF* και *PACF* αναφέρεται στη στάσιμη πρώτη διαφορά της σειράς. Η υψηλότερη τιμή των *ACF* και *PACF* εμφανίζεται στη δωδέκατη υστέρηση. Επίσης, εμφανίζει υψηλή στατιστική σημαντικότητα (*ACF* και *PACF* σε υψηλότερα επίπεδα από τη γραμμή σημαντικότητας).
- 2 Η πρώτη υστέρηση εμφανίση μικρότερη *ACF* και *PACF* από τη δωδεκάτη υστέρηση πλὴν ὅμως με στατιστική σημαντικότητα.
- 3 Για τη διαπίστωση ὑπαρξῆς Στατιστικῆς σημαντικότητας των *ACF* συγκρίνουμε την τιμή **Box-Ljung** του ανωτέρου πίνακα με τις αντίστοιχες τιμές για 5% ποσοστό σφάλματος ($\chi_{0,05}^2$). Ἐτσι, ἔχουμε στατιστικά σημαντικὴ υστέρηση πρώτου βαθμοῦ $4,754 > 3,841 = \chi_{1,5\%}^2$, δευτέρου βαθμοῦ $6,937 > 5,991 = \chi_{2,5\%}^2$, τρίτου βαθμοῦ $10,177 > 7,815 = \chi_{3,5\%}^2$, κ.ο.κ.

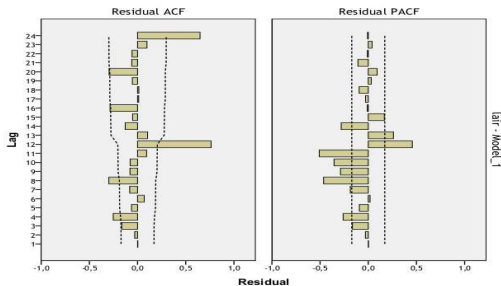
Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείγματος $SARIMA(1, 1, 1)(0, 0, 0)_{12}$ (I)-εκτίμηση



Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείματος I-αυτοσυσχέτιση καταλοίπων



Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείγματος I-αυτοσυσχέτιση καταλοίπων-στατιστικά

Model Statistics						
Model	Number of Predictors	Model Fit Statistics		Ljung-Box Q(16)		Number of Outliers
		Stationary R-squared	Statistics	DF	Sig.	
IAR-Model 1	0	.096	133,454	16	.000	0

Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 3: Εκτίμηση υποδείγματος I-εκτίμηση

Model Fit

Fit Statistic	Mean	SE	Minimum	Maximum	Percentile		
					5	10	25
Stationary R-squared	,084	.	,084	,084	,084	,084	,084
R-squared	,939	.	,939	,939	,939	,939	,939
RMSE	,044	.	,044	,044	,044	,044	,044
MAPE	1,594	.	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594
MaxAPE	4,545	.	4,545	4,545	4,545	4,545	4,545
MAE	,038	.	,038	,038	,038	,038	,038
MaxAE	,098	.	,098	,098	,098	,098	,098
Normalized BIC	-6,117	.	-6,117	-6,117	-6,117	-6,117	-6,117

Model Fit

Fit Statistic	Percentile			
	50	75	90	95
Stationary R-squared	,084	,084	,084	,084
R-squared	,939	,939	,939	,939
RMSE	,044	,044	,044	,044
MAPE	1,594	1,594	1,594	1,594
MaxAPE	4,545	4,545	4,545	4,545
MAE	,038	,038	,038	,038
MaxAE	,098	,098	,098	,098
Normalized BIC	-6,117	-6,117	-6,117	-6,117

Παράδειγμα II (συν.)

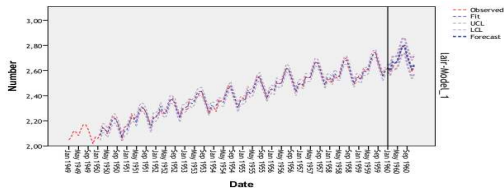
Στάδιο 3: Εκτίμηση υποδείγματος I MSE, MAE, MAPE Πρόβλεψης

Descriptive Statistics

	N	Maximum	Mean
AE	12	,14	,0526
APPE	12	5,15	1,9404
SEI	12	,02	,0047
Valid N (listwise)	12		

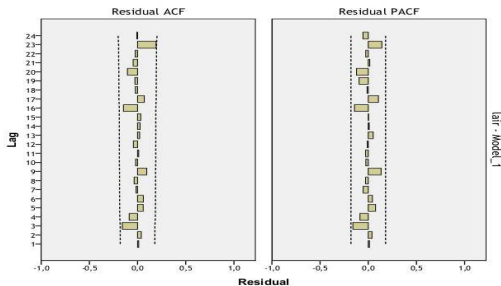
Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείματος $SARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$ (II)-εκτίμηση



Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείματος II-αυτοσυσχέτιση καταλοίπων



Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείματος II-αυτοσυσχέτιση καταλοίπων-στατιστικά

Model Statistics						
Model	Number of Predictors	Model Fit statistics		Ljung-Box Q(18)		Number of Outliers
		Stationary R-squared	Statistics	DF	Sig.	
lar-Model_1	0	.313	10,915	16	.815	0

Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 3: Εκτίμηση υποδείγματος II-εκτίμηση

Model Fit

Fit Statistic	Mean	SE	Minimum	Maximum	Percentile			
					5	10	25	
Stationary R-squared	,313	.	,313	,313	,313	,313	,313	,313
R-squared	,990	.	,990	,990	,990	,990	,990	,990
RMSE	,016	.	,016	,016	,016	,016	,016	,016
MAPE	,535	.	,535	,535	,535	,535	,535	,535
MaxAPE	2,231	.	2,231	2,231	2,231	2,231	2,231	2,231
MAE	,013	.	,013	,013	,013	,013	,013	,013
MaxAE	,051	.	,051	,051	,051	,051	,051	,051
Normalized BIC	-8,155	.	-8,155	-8,155	-8,155	-8,155	-8,155	-8,155

Model Fit

Fit Statistic	Percentile			
	50	75	90	95
Stationary R-squared	,313	,313	,313	,313
R-squared	,990	,990	,990	,990
RMSE	,016	,016	,016	,016
MAPE	,535	,535	,535	,535
MaxAPE	2,231	2,231	2,231	2,231
MAE	,013	,013	,013	,013
MaxAE	,051	,051	,051	,051
Normalized BIC	-8,155	-8,155	-8,155	-8,155

Παράδειγμα ΙΙ(συν.)

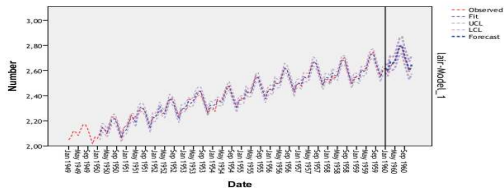
Στάδιο 3: Εκτίμηση υποδείγματος ΙΙ MSE, MAE, MAPE Πρόβλεψης

Descriptive Statistics

	N	Maximum	Mean
AE	12	,05	,0123
APPE	12	1,78	,4622
SE	12	,00	,0003
Valid N (listwise)	12		

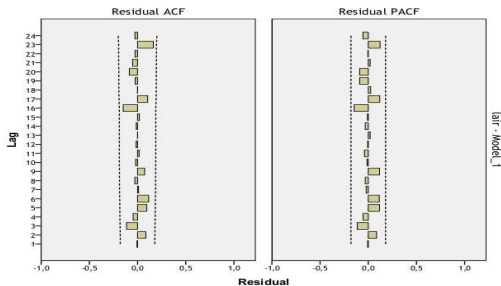
Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείματος $SARIMA(1, 1, 1)(1, 1, 1)_{12}$ (III)-εκτίμηση



Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείματος III-αυτοσυσχέτιση καταλοίπων



Παράδειγμα II (συν.)

Στάδιο 2: Εκτίμηση υποδείγματος III-αυτοσυσχέτιση καταλοίπων-στατιστικά

Model Statistics						
Model	Number of Predictors	Model Fit statistics		Ljung-Box Q(16)		Number of Outliers
		Stationary R-squared	Statistics	DF	Sig.	
1st-Model_1	0	.317	10,225	14	.746	0

Παράδειγμα Ι (συν.)

Στάδιο 3: Εκτίμηση υποδείγματος III-εκτίμηση

Model Fit

Fit Statistic	Mean	SE	Minimum	Maximum	Percentile		
					5	10	25
Stationary R-squared	,335	.	,335	,335	,335	,335	,335
R-squared	,990	.	,990	,990	,990	,990	,990
RMSE	,017	.	,017	,017	,017	,017	,017
MAPE	,535	.	,535	,535	,535	,535	,535
MaxAPE	2,484	.	2,484	2,484	2,484	2,484	2,484
MAE	,013	.	,013	,013	,013	,013	,013
MaxAE	,056	.	,056	,056	,056	,056	,056
Normalized BIC	-7,992	.	-7,992	-7,992	-7,992	-7,992	-7,992

Model Fit

Fit Statistic	Percentile			
	50	75	90	95
Stationary R-squared	,335	,335	,335	,335
R-squared	,990	,990	,990	,990
RMSE	,017	,017	,017	,017
MAPE	,535	,535	,535	,535
MaxAPE	2,484	2,484	2,484	2,484
MAE	,013	,013	,013	,013
MaxAE	,056	,056	,056	,056
Normalized BIC	-7,992	-7,992	-7,992	-7,992

Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 3: Εκτίμηση υποδείγματα $SARIMA(1, 1, 1)(1, 1, 1)_{12}$ **MSE, MAE, MAPE** Πρόβλεψης

Descriptive Statistics

	N	Maximum	Mean
AE	12	,04	,0110
MAPE	12	1,66	,4122
SE	12	,00	,0002
Valid N (listwise)	12		

Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 3: Πίνακας 1, Συγκριση υποδειγμάτων εντος δείγματος βάσει των **RMSE, MAPE, BIC** κριτηρίων

Μέτρα	Υποδείγμα I	Υποδείγμα II	Υποδείγμα III
<i>RMSE</i>	0,044	0,016	0,017
<i>MAPE</i>	1,594	0,535	0,535
<i>BIC</i>	-6,117	-8,155	-7,992

Παράδειγμα I (συν.)

Στάδιο 3: Πίνακας 2, Συγκριση προβλεπτικής ικανότητας υποδειγμάτων βάσει των **MSE, MAE, MAPE** κριτηρίων

Μέτρα	Υποδείγμα I	Υποδείγμα II	Υποδείγμα III
<i>MAE</i>	0,0526	0,0123	0,0110
<i>MSE</i>	0,0047	0,0001	0,0002
<i>MAPE</i>	1,9404	0,4622	0,4122

Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στο Στάδιο 2

- Στα διαγράμματα εκτίμησης-πρόβλεψης παρατηρούμε τα εξής: Το Υποδείγμα I αποτυγχάνει να ενσωματώσει την εποχικότητα των δεδομένων, υπο-εκτιμώντας τις μέγιστες και υπερ-εκτιμώντας τις ελάχιστες τιμές. Επίσης, τα διαστήματα εμπιστοσύνης των προβλέψεων αν και περιλαμβάνουν τις παρατηρήσεις, έχουν μεγάλη διακύμανση. Τα υποδείγματα II και III έχουν σχεδόν άριστη ενσωμάτωση-πρόβλεψη.
- Στα κατάλοιπα των υποδειγμάτων παρατηρούμε τα εξής: Το Υποδείγμα I τα κατάλοιπα εμφανίζουν υψηλή αυτοσυσχέτιση από την τέταρτη υστέρηση. Αυτό φανερώνει και το μέτρο **Box-Ljung**
 $Q \approx 133,4 > 26,296 = \chi^2_{16,5\%}$. Στον αντίποδα βρίσκονται τα υποδείγματα II και III με $Q \approx 10,915$ και $Q \approx 10,225 < 23,685 = \chi^2_{14,5\%}$ αντίστοιχα.

Παράδειγμα I (συν.)




Σχόλια στο Στάδιο 3

- ❶ Στόν Πίνακα 1 συγκριση υποδειγμάτων εντός δείγματος, βλέπουμε το Υποδείγμα II να επιτυγχάνει καλύτερη ενσωμάτωση εντός δείγματος βάσει των *RMSE* και *MAPE* κριτηρίων. Η επικράτηση του είναι πιο εμφανή βάσει του *BIC* κριτηρίου μιας και αυτό λαμβάνει υπ'όψιν και τον αριθμό των προς εκτίμηση παραμέτρων.
- ❷ Στόν Πίνακα 2 συγκρισης υποδειγμάτων βάσει προβλεπτικής ικανότητας βλέπουμε ότι το Υποδείγμα III έρχεται πρώτο στα *MAE* και *MAPE* κριτήρια ενώ το Υποδείγμα II στό *MSE* κριτήριο.




Περιγραφή

- 1 Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα
 - Υποδείγματα Κινητών Μέσων
 - Μικτά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
 - Εποχικά Υποδείγματα Αυτοπαλίνδρομα Κινητών Μέσων
- 2 Μη-Στάσιμα Υποδείγματα Χρονολογικές Σειρών
 - Υποδείγματα *ARIMA*
- 3 Μεθοδολογία **Box-Jenkins**
 - Box-Jenkins
- 4 Προβλέψεις με υποδείγματα χρονολογικών σειρών
 - Προβλέψεις με *ARMA/ARIMA* υποδείγματα
 - Μέτρα Αξιολόγησης Προβλέψεων
- 5 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Μη εποχικά δεδομένα
- 6 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές-Εποχικά δεδομένα
- 7 Βιβλιογραφία




Βιβλιογραφία

-  Ε. Μπόρα και Ξ. Μωυσιάδη.
Εφαρμοσμένη Στατιστική.
Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1997.
-  Σ.Π. Δημέλη
Σύγχρονες Μέθοδοι Ανάλυσης Χρονολογικών Σειρών.
Μπένου, Αθήνα 1996.
-  Makridakis, S., Wheelwright, S.C., Hyndman, R.D..
Forecasting: methods and applications.
3rd ed. Wiley: NY 1998.

Βιβλιογραφία

-  Ε. Μπόρα και Ξ. Μωυσιάδη.
Εφαρμοσμένη Στατιστική.
Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1997.
-  Σ.Π. Δημέλη
Σύγχρονες Μέθοδοι Ανάλυσης Χρονολογικών Σειρών.
Μπένου, Αθήνα 1996.
-  Makridakis, S., Wheelwright, S.C., Hyndman, R.D..
Forecasting: methods and applications.
3rd ed. Wiley: NY 1998.

Βιβλιογραφία

-  Ε. Μπόρα και Ξ. Μωυσιάδη.
Εφαρμοσμένη Στατιστική.
Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1997.
-  Σ.Π. Δημέλη
Σύγχρονες Μέθοδοι Ανάλυσης Χρονολογικών Σειρών.
Μπένου, Αθήνα 1996.
-  Makridakis, S., Wheelwright, S.C., Hyndman, R.D..
Forecasting: methods and applications.
3rd ed. Wiley: NY 1998.