

Ειδικά Θέματα Οικονομετρίας-Χρονολογικές Σειρές Ι (εκδ. 1.1)

Γεώργιος Τσιώτας

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών
Σχολή Κοινωνικών Επιστημών
Πανεπιστήμιο Κρήτης



Περιγραφή

- 1 Εισαγωγή στις Χρονολογικές Σειρές
 - Οι Χρονολογικές Σειρές
 - Εξετάζοντας Αυτοσυσχέτιση
 - Στασιμότητα
 - Αναγνωρίζοντας Μη-Στασιμότητα
- 2 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές
- 3 Βιβλιογραφία

Περιγραφή

- 1 Εισαγωγή στις Χρονολογικές Σειρές
 - Οι Χρονολογικές Σειρές
 - Εξετάζοντας Αυτοσυσχέτιση
 - Στασιμότητα
 - Αναγνωρίζοντας Μη-Στασιμότητα
- 2 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές
- 3 Βιβλιογραφία

Χρονολογικές Σειρές

Τι είναι οι χρονολογικές σειρές;

Αποτελούν μια ακολουθία διαχρονικών παρατηρήσεων:

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$

η οποία παρουσιάζει πιθανή συσχέτιση (αυτοσυσχέτιση).

Παράδειγματα

- Παράδειγμα Α: Πώς το επίπεδο των πωλήσεων επηρεάζεται από τις διαχρονικές του πωλήσεις.
- Παράδειγμα Β: Πώς ο αριθμός των αεροπορικών αφίξεων επηρεάζεται από προγεννέστερες αφίξεις.

Χρονολογικές Σειρές

Είδη χρονολογικών σειρών

- Ετήσια δεδομένα
- Τριμηνιαία δεδομένα
- Μηνιαία δεδομένα
- Εβδομαδιαία δεδομένα
- Ημερήσια δεδομένα
- Ωριαία δεδομένα

Χρονολογικές Σειρές

Τί κάνουμε στη πράξη;

- 1 Διαπιστώνουμε την ύπαρξη ή μη διαχρονικής αυτοσυσχέτισης ('αυτο-εξάρτησης') μιας χρονολογικής σειράς (Μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης).
- 2 Ενσωμάτωση της αυτοσυσχέτισης σε ένα υποδείγμα χρονολογικών σειρών (Χρήση υποδειγμάτων χρονολογικών σειρών).
- 3 Η ενσωμάτωση πραγματοποιείται με τη λογική του μαύρου κουτιού (Black Box): εξέταση εναλλακτικών υποδειγμάτων.
- 4 Αφού εκτιμήσουμε διαφορετικά εναλλακτικά υποδείγματα χρονολογικών σειρών, επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει τη καλύτερη δυνατή ενσωμάτωση με τις λιγότερες μεταβλητές ή επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει την καλύτερη δυνατή πρόβλεψη (μεθοδος Box-Jenkins).

Χρονολογικές Σειρές

Τί κάνουμε στη πράξη;

- 1 Διαπιστώνουμε την ύπαρξη ή μη διαχρονικής αυτοσυσχέτισης ('αυτο-εξάρτησης') μιας χρονολογικής σειράς (Μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης).
- 2 Ενσωμάτωση της αυτοσυσχέτισης σε ένα υποδείγμα χρονολογικών σειρών (Χρήση υποδειγμάτων χρονολογικών σειρών).
- 3 Η ενσωμάτωση πραγματοποιείται με τη λογική του μαύρου κουτιού (Black Box): εξέταση εναλλακτικών υποδειγμάτων.
- 4 Αφού εκτιμήσουμε διαφορετικά εναλλακτικά υποδείγματα χρονολογικών σειρών, επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει τη καλύτερη δυνατή ενσωμάτωση με τις λιγότερες μεταβλητές ή επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει την καλύτερη δυνατή πρόβλεψη (μεθοδος Box-Jenkins).

Χρονολογικές Σειρές

Τί κάνουμε στη πράξη;

- 1 Διαπιστώνουμε την ύπαρξη ή μη διαχρονικής αυτοσυσχέτισης ('αυτο-εξάρτησης') μιας χρονολογικής σειράς (Μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης).
- 2 Ενσωμάτωση της αυτοσυσχέτισης σε ένα υποδείγμα χρονολογικών σειρών (Χρήση υποδειγμάτων χρονολογικών σειρών).
- 3 Η ενσωμάτωση πραγματοποιείται με τη λογική του μαύρου κουτιού (Black Box): εξέταση εναλλακτικών υποδειγμάτων.
- 4 Αφού εκτιμήσουμε διαφορετικά εναλλακτικά υποδείγματα χρονολογικών σειρών, επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει τη καλύτερη δυνατή ενσωμάτωση με τις λιγότερες μεταβλητές ή επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει την καλύτερη δυνατή πρόβλεψη (μεθοδος Box-Jenkins).

Χρονολογικές Σειρές

Τί κάνουμε στη πράξη;

- 1 Διαπιστώνουμε την ύπαρξη ή μη διαχρονικής αυτοσυσχέτισης ('αυτο-εξάρτησης') μιας χρονολογικής σειράς (Μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης).
- 2 Ενσωμάτωση της αυτοσυσχέτισης σε ένα υποδείγμα χρονολογικών σειρών (Χρήση υποδειγμάτων χρονολογικών σειρών).
- 3 Η ενσωμάτωση πραγματοποιείται με τη λογική του μαύρου κουτιού (**Black Box**): εξέταση εναλλακτικών υποδειγμάτων.
- 4 Αφού εκτιμήσουμε διαφορετικά εναλλακτικά υποδείγματα χρονολογικών σειρών, επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει τη καλύτερη δυνατή ενσωμάτωση με τις λιγότερες μεταβλητές ή επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει την καλύτερη δυνατή πρόβλεψη (μεθοδος Box-Jenkins).

Χρονολογικές Σειρές

Τί κάνουμε στη πράξη;

- 1 Διαπιστώνουμε την ύπαρξη ή μη διαχρονικής αυτοσυσχέτισης ('αυτο-εξάρτησης') μιας χρονολογικής σειράς (Μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης).
- 2 Ενσωμάτωση της αυτοσυσχέτισης σε ένα υποδείγμα χρονολογικών σειρών (Χρήση υποδειγμάτων χρονολογικών σειρών).
- 3 Η ενσωμάτωση πραγματοποιείται με τη λογική του μαύρου κουτιού (**Black Box**): εξέταση εναλλακτικών υποδειγμάτων.
- 4 Αφού εκτιμήσουμε διαφορετικά εναλλακτικά υποδείγματα χρονολογικών σειρών, επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει τη καλύτερη δυνατή ενσωμάτωση με τις λιγότερες μεταβλητές ή επιλέγουμε το υπόδειγμα που επιτυγχάνει την καλύτερη δυνατή πρόβλεψη (μεθοδος **Box-Jenkins**).

Αυτοσυσχέτιση

Ορισμός

Στις χρονολογικές σειρές η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, $\rho(k)$, μετρά το διαχρονικό βαθμό συμμεταβολής μιας χρονολογικής σειράς σε σχέση με την ίδια τη σειρά στον k -βαθμό υστέρησης.

$$\rho(k) = \text{Cor}(y_t, y_{t-k}) = \frac{\text{Cov}(k)}{s_y^2},$$

όπου

$$\text{Cov}(k) = \frac{1}{n-k-1} \sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})$$

η αυτοσυνδιακύμανση.

Αυτοσυσχέτιση (συν.)

Τί μας δείχνει η Αυτοσυσχέτιση;

Το μέτρο της Αυτοσυσχέτισης μας φανερώνει εάν και κατά πόσο παρελθοντικές τιμές μιας σειράς περιλαμβάνουν πληροφόρηση (συσχέτιση) για την πορεία αυτής της σειράς στο παρόν και μέλλον.

Αυτοσυσχέτιση (συν.)

Τί φανερώνει η αυτοσυσχέτιση;

- Για παράδειγμα, η συνάρτηση $\rho(1)$ μας πληροφορεί για το μέγεθος της εξάρτησης των τιμών μιας χρονολογικής σειράς από τις αμέσως προηγούμενες παρατηρήσεις διαχρονικά (παρ. πώς ο αριθμός των αεροπορικών αφίξεων του κάθε μήνα επηρεάζεται από τον αριθμό του αμέσως προηγούμενου μήνα διαχρονικά).
- Για παράδειγμα, η συνάρτηση $\rho(12)$ μας πληροφορεί για το μέγεθος της εξάρτησης των τιμών μιας χρονολογικής σειράς από τις αντίστοιχες τιμές με υστέρηση 12. Έτσι, για μηνιαία δεδομένα η συνάρτηση $\rho(12)$ εξετάζει το βαθμό εξάρτησης των τιμών του μηνός Ιανουαρίου από τον αντίστοιχο μήνα του περασμένου έτους, των τιμών του μηνός Φεβρουαρίου από τον αντίστοιχο μήνα του περασμένου έτους, κ.ο.κ.

Αυτοσχέτιση (συν.)

Αυτή εκφράζεται ως:

$$\rho(k) = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

όπου γ_k η αυτοσυνδιακύμανση k -υστέρησης

$$\gamma_k = \text{Cov}(k) = \frac{1}{n-k-1} \sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})$$

και γ_0 η διακύμανση

$$\gamma_0 = \frac{1}{n-k-1} \sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})^2$$

Παρατήρηση:

Η διαγραμματική απεικόνιση των τιμών της $\rho(k)$ για διάφορες τιμές της k καλείται συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (Autocorrelation function (ACF), Correlogram).

Μερική Αυτοσυσχέτιση

Ορισμός

Δεδομένων της συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης $\rho(k)$ μιας χρονολογικής σειράς, η συναρτήση μερικής αυτοσυσχέτισης $\alpha(k)$ με υστέρηση k , εκφράζει τη συσχέτιση ανάμεσα σε y_t και y_{t-k} με την εξάρτηση ανάμεσα στις y_{t-1} και y_{t-k+1} να απαλοίφεται. Έτσι, θα έχουμε:

$$\alpha(1) = \text{Cor}(y_t, y_{t-1}),$$

$$\alpha(k) = \text{Cor}(y_t - \rho_{t,k}(y_t), y_{t-k} - \rho_{t,k}(y_{t-k})).$$

Η Συνάρτηση Αυτοσχέτισης μέσω Η/Υ (**Eviews**)

- 1 Δημιουργία επιφάνεια εργασίας:
File/New/Workfile/Select data type
- 2 Εισαγωγή δεδομένων σε μορφή txt ή excel
File/Import/Read text-Lotus-Excel
- 3 Άνοιξε τη χρονολογική σειρά δεξί click
- 4 Παρουσίαση Κορρολογράμματος View/Correlogram

Η Συνάρτηση Αυτοσχέτισης μέσω Η/Υ (**Eviews**)

- 1 Δημιουργία επιφάνεια εργασίας:
File/New/Workfile/Select data type
- 2 Εισαγωγή δεδομένων σε μορφή txt ή excel
File/Import/Read text-Lotus-Excel
- 3 Άνοιξε τη χρονολογική σειρά δεξί click
- 3 Παρουσίαση Κορρελογράμματος View/Correlogram

Η Συνάρτηση Αυτοσχέτισης μέσω Η/Υ (**Eviews**)

- 1 Δημιουργία επιφάνεια εργασίας:
File/New/Workfile/Select data type
- 2 Εισαγωγή δεδομένων σε μορφή txt ή excel
File/Import/Read text-Lotus-Excel
- 3 Άνοιξε τη χρονολογική σειρά δεξί click
- 4 Παρουσίαση Κορρολογράμματος View/Correlogram

Η Συνάρτηση Αυτοσχέτισης μέσω Η/Υ (**Eviews**)

- 1 Δημιουργία επιφάνεια εργασίας:
File/New/Workfile/Select data type
- 2 Εισαγωγή δεδομένων σε μορφή txt ή excel
File/Import/Read text-Lotus-Excel
- 3 Άνοιξε τη χρονολογική σειρά δεξί click
- 4 Παρουσίαση Κορρολογράμματος View/Correlogram

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης I: **Box-Pierce**

Έλεγχος **Box-Pierce**

Αποτελεί έναν έλεγχο αυτοσυσχέτισης κατά τον οποίο εξετάζουμε όλες τις τιμές $\rho(k)$ ταυτόχρονα. Σύμφωνα με αυτόν ελέγχουμε εάν οι $\rho(k)$ στο σύνολο είναι σημαντικά διάφορες του μηδενός. Έτσι, ως μηδενική υπόθεση λογίζεται αυτή της ανεξαρτησίας των δεδομένων (μηδενική αυτοσυσχέτιση). Το μέτρο του ελέγχου:

$$Q = n \cdot \sum_{k=1}^h \hat{\rho}^2(k) \sim \chi_{h-m}^2$$

κατανέμεται ως μια χ^2 κατανομή με $h - m$ βαθμούς ελευθερίας. Εδώ, h συμβολίζουν τις υστερήσεις που υποθέσαμε, π.χ. 30 και m τον αριθμό των παραμέτρων του εκτιμώμενου υποδείγματος μας. Ο έλεγχος **Box-Pierce** ορίζεται ως ακολούθως:

$$H_0 : Q = 0, \quad H_0 : Q > 0.$$

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης II: **Box-Ljung**

Έλεγχος **Box-Ljung**

Ίδιου σκεπτικού με τον πιο πάνω έλεγχο είναι και αυτός των **Box-Ljung**. Έτσι, ως μηδενική υπόθεση λογίζεται αυτή της ανεξαρτησίας των δεδομένων (μηδενική αυτοσυσχέτιση). Ο έλεγχος **Box-Ljung** ορίζεται ως ακολούθως:

$$H_0 : Q = 0, \quad H_0 : Q > 0$$

με

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}^2(k)}{n-k} \sim \chi_h^2$$

όπου h οι βαθμοί ελευθερίας, με h τις υστερήσεις που υποθέσαμε. Στην πράξη όταν $Q > \chi_{1-\alpha, h}^2$, έχουμε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης.

Όπου $\chi_{1-\alpha, h}^2$ είναι το $1 - \alpha$ ποσοστιμόριο (quantile) της κατανομής χ^2 με h βαθμούς ελευθερίας.

Στασιμότητα

Ορισμός

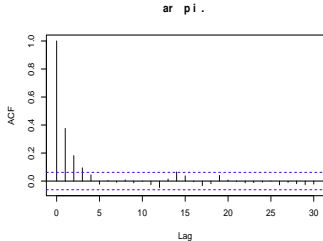
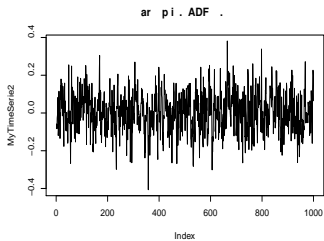
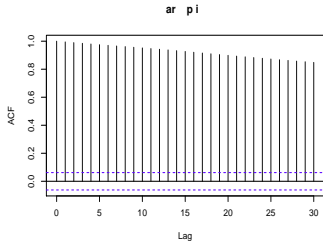
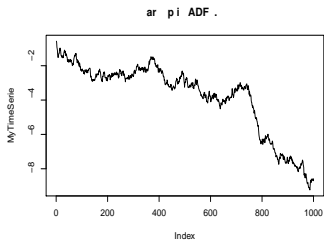
Μια χρονολογική σειρά είναι στάσιμη όταν η μέση της τιμή και η διακύμανση-συνδιακύμανση δεν επηρεάζονται από τον χρόνο. Στη συνδιακύμανση, αυτή μεταξύ των τιμών της σε δύο διαδοχικά χρονικά σημεία t_1 και t_2 εξαρτάται μόνο από την απόσταση ανάμεσα στα χρονικά σημεία, και όχι από τον ίδιο το χρόνο.

Μαθηματικά αυτό ισχύει όταν:

$$\mathbb{E}[y(t)] = m_y(t) = m_y(t + \tau) \quad \forall \tau \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[(y(t_1) - m_y(t_1))(y(t_2) - m_y(t_2))] &= C_y(t_1, t_2) \\ &= C_y(t_1 + (-t_2), t_2 + (-t_2)) \\ &= C_y(t_1 - t_2, 0). \end{aligned}$$

Παράδειγμα μη-στάσιμης και στάσιμης σειράς



Έλεγχος Στασιμότητα

Άτυπος Έλεγχος

- Στην απεικόνιση των δεδομένων μέσω γραφήματος, φαίνεται η στασιμότητα ή μη μιας σειράς. Έτσι, μεταβολές στο μέσο ή/και στη διακύμανση φανερώσουν έλλειψη στασιμότητας.
- Η μη-στασιμότητα φανερώνεται όταν η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $\rho(k)$ είναι υψηλή και διατηρείται υψηλή για μεγάλο διάστημα (αριθμό υστερήσεων).

Έλεγχος Στασιμότητα Dickey-Fuller

Ο Έλεγχος

Έστω χρονολογική σειρά y_1, y_2, \dots, y_T , την οποία θέλουμε να ελέγξουμε ως προς τη στασιμότητα της. Ένας τρόπος ελέγχου στασιμότητας είναι αυτός των Dickey-Fuller. Έτσι, εάν προσδιορίσουμε το υπόδειγμα:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \epsilon_t$$

$$y_t - y_{t-1} = \beta y_{t-1} - y_{t-1} + \epsilon_t$$

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \epsilon_t$$

Ο έλεγχος για την στασιμότητα της σειράς ισοδυναμεί με τον έλεγχο:

$$H_0 : \delta = 0$$

$$H_1 : \delta < 0,$$

όπου $\delta = \beta - 1$.

Έλεγχος Στασιμότητα μέσω Η/Υ (Eviews)

- 1 Δημιουργία επιφάνεια εργασίας & Εισαγωγή δεδομένων
- 2 Άνοιξε τη σειρά δεδομένων χρησιμοποιώντας δεξί click
- 3 Έλεγχος Στασιμότητα Dickey-Fuller Δεδομένου επιπέδου σημαντικότητας α αποδεχόμαστε την H_0 (μη-στασιμότητα) όταν $t_{H_0} \geq t_\alpha$ όπου t_α κριτική τιμή. Σε αντίθετη περίπτωση ($t_{H_0} < t_\alpha$) δεχόμαστε την ύπαρξη στασιμότητας της σειράς.
Μέσω Eviews: View/Unit Root Test

Έλεγχος Στασιμότητα μέσω H/Υ (Eviews)

- 1 Δημιουργία επιφάνεια εργασιας & Εισαγωγή δεδομένων
- 2 Άνοιξε τη σειρά δεδομένων χρησιμοποιώντας δεξί click
- 3 Έλεγχος Στασιμότητα Dickey-Fuller Δεδομένου επιπέδου σημαντικότητας α αποδεχόμαστε την H_0 (μη-στασιμότητα) όταν $t_{H_0} \geq t_\alpha$ όπου t_α κριτική τιμή. Σε αντίθετη περίπτωση ($t_{H_0} < t_\alpha$) δεχόμαστε την ύπαρξη στασιμότητας της σειράς.
Μέσω Eviews: View/Unit Root Test

Έλεγχος Στασιμότητα μέσω Η/Υ (**Eviews**)

- 1 Δημιουργία επιφάνεια εργασίας & Εισαγωγή δεδομένων
- 2 Άνοιξε τη σειρά δεδομένων χρησιμοποιώντας δεξί click
- 3 Έλεγχος Στασιμότητα **Dickey-Fuller** Δεδομένου επιπέδου σημαντικότητας α αποδεχόμαστε την H_0 (μη-στασιμότητα) όταν $t_{H_0} \geq t_\alpha$ όπου t_α κριτική τιμή. Σε αντίθετη περίπτωση ($t_{H_0} < t_\alpha$) δεχόμαστε την ύπαρξη στασιμότητας της σειράς.
Μέσω **Eviews**: View/Unit Root Test

Αντιμετώπιση Μη-Στασιμότητας στη πράξη

Στάδια δημιουργίας στάσιμης σειράς (Μη-εποχικής)

- 1. Δημιουργία δεδομένων πρώτης διαφοράς

$$y'_t = y_t - y_{t-1}$$

- 2. Άτυπος και Στατιστικός Έλεγχος Στασιμότητας για τη y'_t μέσω:
 $\rho(k)$, Box-Ljung, Dickey-Fuller

- Αν y'_t Στάσιμη, Τέλος διαδικασίας
- Αν y'_t Μη-Στάσιμη, παίρνουμε τη $y''_t = y'_t - y'_{t-1}$ και επανελέγχουμε...εως ότου επιτύχουμε στασιμότητα
Όπου:

$$y''_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

Αντιμετώπιση Μη-Στασιμότητας στη πράξη

Στάδια δημιουργίας στάσιμης σειράς (Μη-εποχικής)

- 1 Δημιουργία δεδομένων πρώτης διαφοράς

$$y'_t = y_t - y_{t-1}$$

- 2 Άτυπος και Στατιστικός Έλεγχος Στασιμότητας για τη y'_t μέσω:
 $\rho(k)$, Box-Ljung, Dickey-Fuller

- Αν y'_t Στάσιμη, Τέλος διαδικασίας
- Αν y'_t Μη-Στάσιμη, παίρνουμε τη $y''_t = y'_t - y'_{t-1}$ και επανελέγχουμε...εως ότου επιτύχουμε στασιμότητα
Όπου:

$$y''_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

Αντιμετώπιση Μη-Στασιμότητας στη πράξη

Στάδια δημιουργίας στάσιμης σειράς (Μη-εποχικής)

- 1 Δημιουργία δεδομένων πρώτης διαφοράς

$$y'_t = y_t - y_{t-1}$$

- 2 Άτυπος και Στατιστικός Έλεγχος Στασιμότητας για τη y'_t μέσω:
 $\rho(k)$, Box-Ljung, Dickey-Fuller

- Αν y'_t Στάσιμη, Τέλος διαδικασίας
- Αν y'_t Μη-Στάσιμη, παίρνουμε τη $y''_t = y'_t - y'_{t-1}$ και επανελέγχουμε...εως ότου επιτύχουμε στασιμότητα
Όπου:

$$y''_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

Αντιμετώπιση Μη-Στασιμότητας στη πράξη

Στάδια δημιουργίας στάσιμης σειράς (συνήθως σε σειρές με εποχικότητα)

- Δημιουργία νέων δεδομένων για μηνιαία δεδομένα ($s = 12$)

$$y'_t = y_t - y_{t-12}$$

- Άτυπος και Στατιστικός Έλεγχος Στασιμότητας για τη y'_t μέσω:
 $\rho(k)$, Box-Ljung, Dickey-Fuller

- Αν y'_t Στάσιμη, Τέλος διαδικασίας
- Αν y'_t Μη-Στάσιμη, παίρνουμε τη $y_t^* = y'_t - y'_{t-1}$ και επανελέγχουμε...εως ότου επιτύχουμε στασιμότητα
Όπου:

$$y_t^* = y_t - y_{t-1} - y_{t-12} + y_{t-13}$$

Σημείωση: Στην πράξη σπανίως εφαρμόζουμε την τρέχουσα μέθοδο. Να την αποφεύγετε ειδικά όταν το δείγμα σας δεν είναι αρκετά μεγάλο.

Αντιμετώπιση Μη-Στασιμότητας στη πράξη

Στάδια δημιουργίας στάσιμης σειράς (συνήθως σε σειρές με εποχικότητα)

- 1. Δημιουργία νέων δεδομένων για μηνιαία δεδομένα ($s = 12$)

$$y'_t = y_t - y_{t-12}$$

- 2. Άτυπος και Στατιστικός Έλεγχος Στασιμότητας για τη y'_t μέσω:
 $\rho(k)$, Box-Ljung, Dickey-Fuller

- Αν y'_t Στάσιμη, Τέλος διαδικασίας
- Αν y'_t Μη-Στάσιμη, παίρνουμε τη $y_t^* = y'_t - y'_{t-1}$ και επανελέγχουμε...εως ότου επιτύχουμε στασιμότητα
Όπου:

$$y_t^* = y_t - y_{t-1} - y_{t-12} + y_{t-13}$$

Σημείωση: Στην πράξη σπανίως εφαρμόζουμε την τρέχουσα μέθοδο. Να την αποφεύγετε ειδικά όταν το δείγμα σας δεν είναι αρκετά μεγάλο.

Αντιμετώπιση Μη-Στασιμότητας στη πράξη

Στάδια δημιουργίας στάσιμης σειράς (συνήθως σε σειρές με εποχικότητα)

- 1. Δημιουργία νέων δεδομένων για μηνιαία δεδομένα ($s = 12$)

$$y'_t = y_t - y_{t-12}$$

- 2. Άτυπος και Στατιστικός Έλεγχος Στασιμότητας για τη y'_t μέσω: $\rho(k)$, Box-Ljung, Dickey-Fuller

- Αν y'_t Στάσιμη, Τέλος διαδικασίας
- Αν y'_t Μη-Στάσιμη, παίρνουμε τη $y_t^* = y'_t - y'_{t-1}$ και επανελέγχουμε...εως ότου επιτύχουμε στασιμότητα
Όπου:

$$y_t^* = y_t - y_{t-1} - y_{t-12} + y_{t-13}$$

Σημείωση: Στην πράξη σπανίως εφαρμόζουμε την τρέχουσα μέθοδο. Να την αποφεύγετε ειδικά όταν το δείγμα σας δεν είναι αρκετά μεγάλο.

Αντιμετώπιση Μη-Στασιμότητας στη πράξη

Χρήσιμοι Συμβολισμοί

- Η πρώτη διαφορά: $By_t = y_{t-1}$
- Η δεύτερη διαφορά: $B(By_t) = B^2y_t = y_{t-2}$
- $y_t' = y_t - y_{t-1} = y_t - By_t = (1 - B)y_t$
- $y_t'' = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} = (1 - 2B + B^2)y_t = (1 - B)^2y_t$
- Η d -διαφορά $(1 - B)^d y_t$
- Εποχική $s = 12$ διαφορά μαζί με πρώτη διαφορά $(1 - B)(1 - B^s)y_t$
 $(1 - B)(1 - B^s)y_t = (1 - B - B^s + B^{s+1})y_t = y_t - y_{t-1} - y_{t-s} + y_{t-s-1}$

Περιγραφή

- 1 Εισαγωγή στις Χρονολογικές Σειρές
 - Οι Χρονολογικές Σειρές
 - Εξετάζοντας Αυτοσυσχέτιση
 - Στασιμότητα
 - Αναγνωρίζοντας Μη-Στασιμότητα
- 2 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές
- 3 Βιβλιογραφία

Παράδειγμα Ι: Ανάλυση Χρονολογικής Σειράς Αφίξεων Αεροπορικών Επιβατών, δεδομένα: **AirPassengers.XLS**

Στόχος της Ανάλυση Χρονολογικής Σειράς

- 1 Πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της χρονολογικής σειράς

Αρχικοί στόχοι ανάλυσης:

- 1 Στάδιο Ι: Ανάλυση στατιστικών μέτρων σειράς.
- 2 Στάδιο ΙΙ: Διερεύνηση ειδικών χαρακτηριστικών σειράς: τάσης, εποχικότητας, κυκλικότητας, κ.α.
- 3 Στάδιο ΙΙΙ: Έλεγχος στατιστικής στασιμότητας σειράς.

Παράδειγμα I (συν.)

Μέσα επίτευξης στόχων

- 1 Στάδιο I: Διάγραμματική απεικόνιση σειράς, **boxplot**, ανάλυση βασικών στατιστικών μέτρων
- 2 Στάδιο II: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, μερικής αυτοσυσχέτισης, ραβδόγραμμα, έλεγχος Κανονικότητας
- 3 Στάδιο III: Στατιστικός έλεγχος στασιμότητας Dickey-Fuller

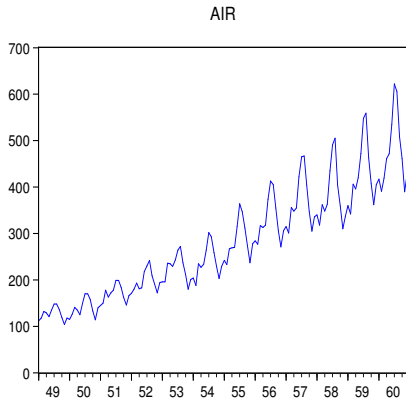
Παράδειγμα I (συν.)

Στάδια

- 1 Να γίνει η διαγραμματική απεικόνιση της χρονολογικής σειράς.
Είναι στάσιμη;
- 2 Παρουσιάζει μέσω **boxplot** την ενδεχόμενη τάση ή εποχική διάσταση των δεδομένων μας
- 3 Τί πληροφορία μας δίνει η $\rho(k)$ για τα δεδομένα μας;
- 4 Ποιά στάδια απολουθείτε προκειμένου να κάνετε τη σειρά σας στάσιμη;
- 5 Διατυπώστε και πραγματοποιείστε τους ελέγχους **Box-Pierce**, **Dickey-Fuller** στη πράξη

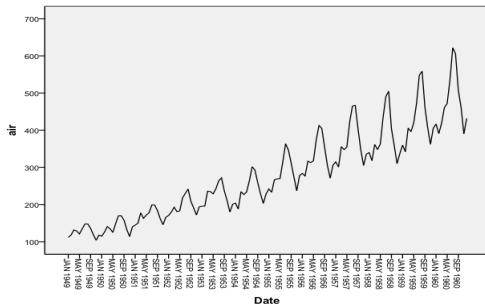
Παράδειγμα I (συν.)

Εικόνα 1: Γράφημα μηνιαίων αεροπορικών αφίξεων (μέσω **Eviews**)



Παράδειγμα I (συν.)

Εικόνα 2: Γράφημα μηνιαίων αεροπορικών αφίξεων (μέσω **pspp**)



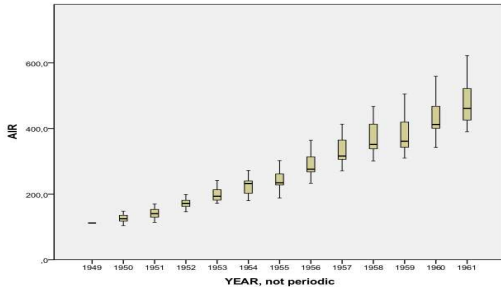
Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στα γραφήματα

- 1 Τάση: Διαπιστώνουμε διαχρονική αύξηση στη αριθμό των μηνιαίων αεροπορικών αφίξεων, ενδεικτικό αυξητικής τάσης.
- 2 Μη-στασιμότητα: Διαπιστώνουμε διαρκή μεταβολή στην τιμή αλλά και αύξηση της διασποράς των τιμών με την πάροδο του χρόνου. Αυτά αποτελούν σοβαρές ενδείξεις μη-στασιμότητας.
- 3 Εποχικότητα: Διαπιστώνουμε τοπικά μέγιστα και ελάχιστα να επαναλαμβάνονται κάθε δώδεκα παρατηρήσεις. Αυτό αποτελεί ένδειξη εποχικότητας.

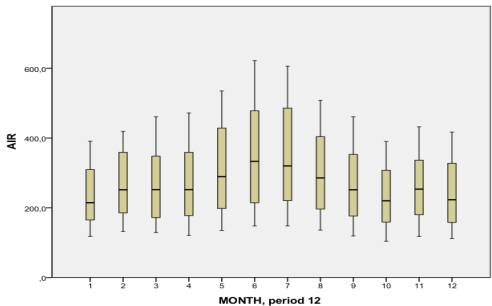
Παράδειγμα I (συν.)

Εικόνα 3: **Boxplot** ανά έτος (μέσω **pspp**)



Παράδειγμα I (συν.)

Εικόνα 4: **Boxplot** ανά μήνα (μέσω **pspp**)



Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στα γραφήματα **Boxplot**

- 1 Σχόλια στο **boxplot** ανά έτος: Διαπιστώνουμε διαχρονική αύξηση στη μέση τιμή (αυξητική τάση). Επίσης, υπάρχει διαχρονική αύξηση στη διασπορά (βλ. μέγεθος κυτίου). Ακόμη στις περισσότερες χρονιές έχουμε θετική ασυμμετρία (πολλές παρατηρήσεις πέραν της μέσης τιμής).
- 2 Σχόλια στο **boxplot** ανά μήνα: Διαπιστώνουμε ομαλή εποχική συμπεριφορά της μεταβλητής μας. Επίσης, στους μήνες με τις μεγαλύτερες τιμές παρατηρούμε μεγαλύτερη διασπορά (βλ. μέγεθος κυτίων για μήνες Ιούνιο-Ιούλιο). Ακόμη η ομαλή εποχικότητα φανερώνει ύπαρξη αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού. Τέλος, στους περισσότερους μήνες έχουμε θετική ασυμμετρία (πολλές παρατηρήσεις πέραν της μέσης τιμής).

Παράδειγμα I (συν.)

Αναγνωρίζοντας Εποχικότητα

Η ύπαρξη εποχικότητας αναγνωρίζεται ως ένα φαινόμενο επαναλαμβανόμενων σε μέγεθος τιμών σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

- Μέγιστες και ελάχιστες τιμές αεροπορικών επιβατών.
- Εποχικότητα στις $\rho(k)$.
- Εποχικότητα στην απεικόνιση των δεδομένων μέσω γραφήματος.

Παράδειγμα I (συν.)

Εικόνα 5: Στατιστικά μέτρα μηνιαίων αεροπορικών αφίξεων και λογαριθμικού μετασχηματισμού αυτών (μέσω **pspp**)

Descriptives				Statistic	Std. Error
lair	Mean			2,4069	,01598
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound		2,3754	
		Upper Bound		2,4385	
	5% Trimmed Mean			2,4077	
	Median			2,4241	
	Variance			,037	
	Std. Deviation			,19172	
	Minimum			2,02	
	Maximum			2,79	
	Range			,78	
	Interquartile Range			,30	
	Skewness			-,122	,202
	Kurtosis			-,964	,401
	air	Mean			280,30
95% Confidence Interval for Mean		Lower Bound		260,54	
		Upper Bound		300,06	
5% Trimmed Mean				274,36	
Median				265,50	
Variance				14391,917	
Std. Deviation				119,966	
Minimum				104	
Maximum				622	
Range				518	
Interquartile Range				182	
Skewness				,583	,202
Kurtosis				-,365	,401

Παράδειγμα I (συν.)

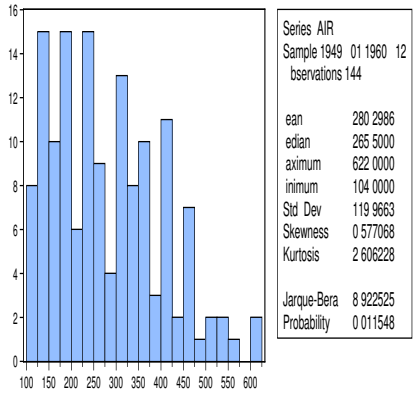
Εικόνα 6: Έλεγχος Κανονικότητας μηνιαίων αεροπορικών αφίξεων και λογαριθμικού μετασχηματισμού αυτών (μέσω **pspp**)

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
lair	,076	144	,040	,973	144	,006
air	,101	144	,001	,962	144	,000

a. Lilliefors Significance Correction

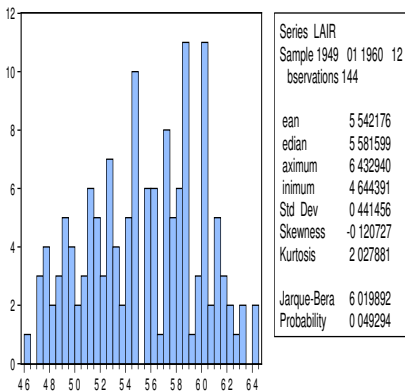
Παράδειγμα Ι (συν.)

Εικόνα 7: Ραβδόγραμμα μηνιαίων αεροπορικών αφίξεων (μέσω **Eviews**)



Παράδειγμα I (συν.)

Εικόνα 8: Ραβδόγραμμα λογαριθμημένων μηνιαίων αεροπορικών αφίξεων (μέσω **Eviews**)



Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια επί των στατιστικών μέτρων και ελέγχου Κανονικότητας

- 1 Στη μη-λογαριθμημένη σειρά διαπιστώνουμε θετική ασυμμετρία και πλατύκυρτη κατανομή. Η Κανονικότητα απορρίπτεται μέσω του **JB** ελέγχου καθώς $JB \approx 8,922 > 5,99 = \chi_2^2$. Επίσης, έλεγχοι Kolmogorov-Smirnov και Shapiro-Wilk δείχνουν απόρριψη μηδενικής υπόθεσης περί Κανονικότητας για 5% ποσοστό σφάλματος ($p - value < 5\%$).
- 2 Στη λογαριθμημένη σειρά διαπιστώνουμε αρνητική ασυμμετρία και πλατύκυρτη κατανομή. Η Κανονικότητα απορρίπτεται μέσω του **JB** ελέγχου καθώς $JB \approx 6,019 > 5,99 = \chi_2^2$. Επίσης, έλεγχοι Kolmogorov-Smirnov και Shapiro-Wilk δείχνουν απόρριψη μηδενικής υπόθεσης περί Κανονικότητας για 5% ποσοστό σφάλματος ($p - value < 5\%$).

Παράδειγμα Ι (συν.)

Πίνακας 1: Συναρτηση αυτοσυσχέτισης (μέσω **pspp**)

Autocorrelations

Series: AIR

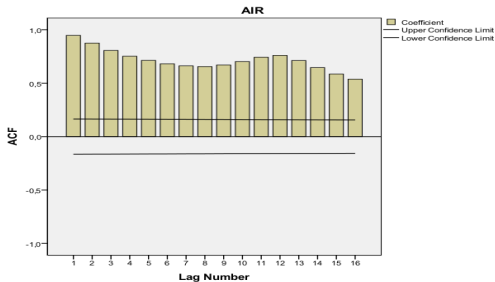
Lag	Autocorrelation	Std. Error ^a	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	,948	,082	132,142	1	,000
2	,876	,082	245,646	2	,000
3	,807	,082	342,675	3	,000
4	,753	,082	427,739	4	,000
5	,714	,081	504,797	5	,000
6	,682	,081	575,602	6	,000
7	,663	,081	643,039	7	,000
8	,656	,080	709,484	8	,000
9	,671	,080	779,591	9	,000
10	,703	,080	857,069	10	,000
11	,743	,080	944,390	11	,000
12	,760	,079	1036,482	12	,000
13	,713	,079	1117,992	13	,000
14	,646	,079	1185,553	14	,000
15	,586	,078	1241,504	15	,000
16	,538	,078	1289,037	16	,000

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

Παράδειγμα I (συν.)

Εικόνα 9: Συναρτηση αυτοσυσχέτισης (μέσω **pspp**)



Παράδειγμα Ι (συν.)

Σχόλια στις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης

1. Στόν Πίνακα 1 βλέπουμε υψηλά επίπεδα αυτοσυσχέτισης. Τα επίπεδα αυτοσυσχέτισης βγαίνουν φθίνοντα, όμως στην 12η υστέρηση βλέπουμε αυτή να αυξάνεται το οποίο αποτελεί ενδειξη εποχικότητας (σημ. Η συσχέτιση στην 12η υστέρηση φανερώνει αυτοσυσχέτιση με τον αντίστοιχο μήνα του κάθε έτους). Το μέτρο **Box-Ljung** δείχνει απόρριψη την μηδενικής υπόθεσης περι μηδενικής αυτοσυσχέτισης για όλες τις υστερήσεις (σημ. υψηλή τιμή για το μέτρο **Box-Ljung**, $132, 142 > \chi_{95\%,1}^2 \approx 3,841$).
2. Στήν Εικόνα 9 βλέπουμε ότι όλες οι τιμές αυτοσυσχέτισης βρίσκονται πιο πάνω από τη γραμμή στατιστικής σημαντικότητας. Άρα, έχουμε απόρριψη την μηδενικής υπόθεσης περι μηδενικής αυτοσυσχέτισης για όλες τις υστερήσεις.
3. Στήν Εικόνα 10 βλέπουμε ότι η πρώτη, η δεύτερη, η ένατη και η δέκατη τρίτη υστέρηση της μερικής αυτοσυσχέτισης βρίσκονται πιο πάνω από τη γραμμή στατιστικής σημαντικότητας.

Παράδειγμα I (συν.)

Πίνακας 2: Έλεγχος στασιμότητας-*ADF* στο λογάριθμο της σειράς
(μέσω **Eviews**)

Null Hypothesis: LAIR has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 4 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.287833	0.6342
Test critical values:		
1% level	-3.477835	
5% level	-2.882279	
10% level	-2.577908	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LAIR)
Method: Least Squares
Date: 10/13/14 Time: 12:14
Sample (adjusted): 1949M06 1960M12
Included observations: 139 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LAIR(-1)	-0.026075	0.020247	-1.287833	0.2000
D(LAIR(-1))	0.202721	0.082020	2.471596	0.0147
D(LAIR(-2))	-0.185706	0.085274	-2.177747	0.0312
D(LAIR(-3))	-0.016454	0.084232	-0.195338	0.8454
D(LAIR(-4))	-0.321831	0.083953	-3.833453	0.0002
C	0.158258	0.112508	1.406635	0.1619
R-squared	0.185176	Mean dependent var		0.009156
Adjusted R-squared	0.154544	S.D. dependent var		0.107456
S.E. of regression	0.098805	Akaike info criterion		-1.749136
Sum squared resid	1.298396	Schwarz criterion		-1.622468
Log likelihood	127.5650	Hannan-Quinn criter.		-1.697561
F-statistic	6.045092	Durbin-Watson stat		1.962231
Prob(F-statistic)	0.000045			

Παράδειγμα I (συν.)

Σχόλια στον έλεγχο στασιμότητας *ADF*

- 1 Στόν Πίνακα 2 πραγματοποιούμε τον *ADF* έλεγχο στασιμότητας. Διαπιστώνουμε αποδοχή της H_0 υπόθεσης περί μη-στασιμης σειράς (παρ. $-1,287 \approx t_{H_0} > t_{5\%} \approx -2,882$) και για τρία ποσοστά σφάλματος 1%, 5% και 10%,.
- 2 Στή συνέχεια παίρνοντας τη πρώτη διαφορά με στόχο τη δημιουργία στάσιμης σειράς.
- 3 Στόν Πίνακα 3 που ακολουθεί, πραγματοποιούμε τον *ADF* έλεγχο στασιμότητας για την νέα σειρά της πρώτης διαφοράς. Διαπιστώνουμε απορριψη της H_0 υπόθεσης περί μη-στασιμης σειράς (παρ. $-6,075 \approx t_{H_0} < t_{5\%} \approx -2,882$). Έτσι, επιτυγχάνουμε στασιμότητα της σειράς (βλ. Εικόνα 11 με διάγραμμα στασιμης σειράς).

Παράδειγμα I (συν.)

Πίνακας 3: Έλεγχος στασιμότητας-ADF στο στη πρώτη διαφορά του λογάριθμου της σειράς (μέσω Eviews)

Null Hypothesis: DLAIR has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 4 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.975983	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.478189	
5% level	-2.882433	
10% level	-2.577990	

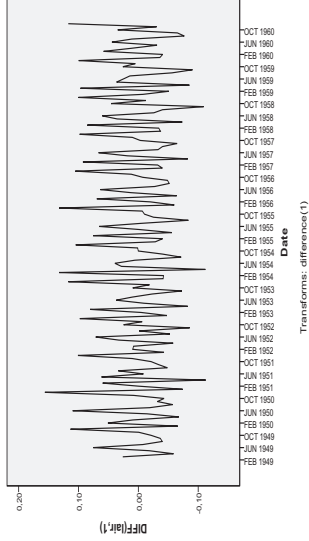
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(DLAIR)
Method: Least Squares
Date: 10/13/14 Time: 12:17
Sample (adjusted): 1949M07 1960M12
Included observations: 138 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DLAIR(-1)	-1.360062	0.194963	-6.975983	0.0000
D(DLAIR(-1))	0.559352	0.159081	3.516138	0.0006
D(DLAIR(-2))	0.361529	0.139225	2.596727	0.0105
D(DLAIR(-3))	0.328783	0.110487	2.975768	0.0035
D(DLAIR(-4))	-0.008722	0.088520	-0.098529	0.9217
C	0.012777	0.008686	1.470950	0.1437
R-squared	0.483831	Mean dependent var		-5.22E-05
Adjusted R-squared	0.464280	S. D. dependent var		0.135528
S.E. of regression	0.099197	Akaike info criterion		-1.740913
Sum squared resid	1.298886	Schwarz criterion		-1.613641
Log likelihood	126.1230	Hannan-Quinn criter.		-1.689193
F-statistic	24.74608	Durbin-Watson stat		2.003414
Prob(F-statistic)	0.000000			

Παράδειγμα I (συν.)

Εικόνα 11: Γράφημα πρώτης διαφοράς του λογάριθμου της σειράς (μέσω **pspp**)



Περιγραφή

- 1 Εισαγωγή στις Χρονολογικές Σειρές
 - Οι Χρονολογικές Σειρές
 - Εξετάζοντας Αυτοσυσχέτιση
 - Στασιμότητα
 - Αναγνωρίζοντας Μη-Στασιμότητα
- 2 Εφαρμογές στις Χρονολογικές Σειρές
- 3 Βιβλιογραφία

Βιβλιογραφία



Ε. Μπόρα και Ξ. Μουσιάδη.
Εφαρμοσμένη Στατιστική.
Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1997.



Σ.Π. Δημέλη
Σύγχρονες Μέθοδοι Ανάλυσης Χρονολογικών Σειρών.
Μπένου, Αθήνα 1996.

Βιβλιογραφία



Ε. Μπόρα και Ξ. Μωυσιάδη.

Εφαρμοσμένη Στατιστική.

Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1997.



Σ.Π. Δημέλη

Σύγχρονες Μέθοδοι Ανάλυσης Χρονολογικών Σειρών.

Μπένου, Αθήνα 1996.